

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905658

近似度加权平均插值的机器人精度补偿方法研究*

孙剑萍¹, Jeff Xi², 汤兆平¹

(1. 华东交通大学交通运输与物流学院 南昌 330013; 2. 瑞尔森大学工程与建筑科学学院 多伦多 M5B 2K3)

摘要:针对机器人标定高度依赖于构型的问题,考虑到机器人末端不同位置矢量间的距离、夹角以及在空间上形成的三角形面积对矢量近似度的关联,引入机器人位姿及位姿误差矢量近似度的概念及度量方法,制定基于近似度的判别规则及使用条件,对目标位姿邻域内的数据库样本进行筛选。在此基础上,提出一种基于近似度加权平均插值的机器人精度补偿方法,利用工作空间中筛选出的采样点位姿及误差数据,对目标点的位姿误差进行插值预测。实例结果表明,该方法能有效提高机器人位姿误差补偿的空间适应性,满足高端领域要求。

关键词: 机器人定位精度; 补偿; 近似度; 插值法

中图分类号: TP242 TH112 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.5030

Study on robot accuracy compensation method based on approximation degree weighted average interpolation

Sun Jianping¹, Jeff Xi², Tang Zhaoping¹

(1. School of Transportation and Logistics, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;

2. School of Engineering and Architectural Sciences, Ryerson University, Toronto M5B 2K3, Canada)

Abstract: Aiming at the problem that robot calibration is highly configuration dependent, considering the correlation of the approximation degree of vectors versus the distances and angles among different position vectors at the end of the robot, as well as the triangular area formed in space, the concept and measurement method of the approximation degree of robot pose and pose error vector are introduced, and the discriminating rules and using conditions based on the approximation degree are formulated. Furthermore, the database samples in the neighborhood of the target pose are screened. On this basis, a robot accuracy compensation method based approximation degree weighted average interpolation is proposed. The sample point pose and error data screened in the workspace are used to predict the interpolation values of the pose error of the target point. The example study results show that the proposed method can effectively improve the spatial adaptability of the robot pose error compensation and meet the requirements in high-end field.

Keywords: robot positioning accuracy; compensation; approximation degree; interpolation method

0 引言

机器人的定位精度是考量其性能的重要指标。受多重因素共同作用,其定位误差包括几何及动力学参数偏差导致的位姿系统误差,以及外界温变、随机载荷扰动、构件变形和运动副误差等引发的位姿随机误差^[1]。机器人绝对定位精度(多达几毫米)低于重复定位精度,远无法满足高端制造机器人柔性自动化生产、

飞机装配等高端装备制造业提出的超精密高可靠性要求^[2]。

提高机器人设计、加工、装配与控制系统的精度或进行机器人标定两类方法,都常用来提高绝对定位精度^[3]。前类方法对材料、加工设备与方法要求通常较高,导致生产成本激增,加上实际使用中结构磨损无法避免,长时间运行后机器人的绝对定位精度仍然无法保证。有关机器人的标定,国内外学者做了大量研究工作^[4-5]。标定的方法大致分为两类:基于运动学模型

和无运动学模型的标定方法。基于模型的方法因操作性强,应用较为普遍,相关研究主要集中于测量仪器的应用与创新^[6]、标定测量方法的改进^[7]及辨识参数的解算^[8]等。Besnard 等^[9]提出了一种利用双倾角仪标定六自由度机器人的方法进行参数辨识。Traslosheiros 等^[10]利用视觉系统对 Delta 机器人标定测量方法进行研究。毕德学等^[11]利用三坐标测量仪,基于一种由夹具、卡具、执行工具、视觉系统等组成的手爪标定模型实现标定。Notash 等^[12]研究了考虑误差敏感度加权的并联机构参数辨识算法。

然而基于运动学模型的标定技术需要建立误差参数与机构末端误差的泛函,但因机器人系统的高维度、非线性、时变及强耦合特性,其误差源繁多且难以辨识,有时研究中还会忽略一些次要误差因素,致使构建的误差模型精度不足^[13]。且因没有考虑误差因素在不同工作空间域对位姿的作用机理及影响程度的差异,模型应用的空间适应性差,无法实现在整个工作空间均达到同样效果的高精度误差补偿,易导致某些位姿误差补偿的不足或过补偿发生。加上模型建立和参数辨识求解过程繁杂,无模型标定则显得更为通用^[14]。

无模型标定技术类似基于映射变换的黑箱映射方法,只关注于机器人位姿输入与误差输出之间关联关系映射。李洪超等^[15]针对平面关节型机器人(SCARA),通过运动学正逆解算出实际位姿与理论位姿之间驱动输入的差值,补偿理论输入,获得补偿后的动平台位姿,提高了定位精度。该类技术属于位形空间补偿,无需辨识机构的误差参数,原理简单易用。专利^[16]采用空间网格划分的方法,提出以空间插值算法进行补偿。但存在以下不足:1)将工作空间划分为一系列的立方体网格的操作较为苛刻,要求网格必须有 8 个顶点且边长合理;2)矢量近似度指标仅考虑了距离,补偿精度受限;3)没有考虑姿态误差补偿。

本文在前人研究的基础上,参考距离加权反比插值法的原理,考虑到不同位置矢量间存在矢量夹角的正弦和矢量之差的比值近似度差异,以及两矢量形成的三角形面积近似度差异,且两近似度将以不同的影响系数共同作用于位姿误差,提出了一种新的基于近似度加权平均插值法的工业机器人精度补偿方法,可针对任意一目标点,基于近似度的判别规则以及相似相近矢量插值方法的使用条件筛选样本数据库中的样本点,利用选取的样本点数据对目标点的位姿误差进行插值预测。实例研究表明,本文方法可显著提高机器人的绝对定位精度,有效避免传统标定方法无法实现在整个工作空间都达到同样效果的高精度补偿缺陷,适用于对机器人精度要求高的领域。

1 机器人连杆参数

德国 KUKA 公司生产的 KR150-2 机器人属于典型的六自由度转动关节开链式系统。其外形与连杆坐标系如图 1 所示,连杆理论参数如表 1 所示。图 1 及表 1 中的 a_i 、 α_i 分别是第 i 关节的连杆长度及连杆扭角; θ_i 、 d_i 分别是第 i 关节的转角及偏置值;扭角 β_i 是考虑相邻两轴间的不平行关系,需增加第 i 关节绕连杆坐标系 y_i 轴的转动项。

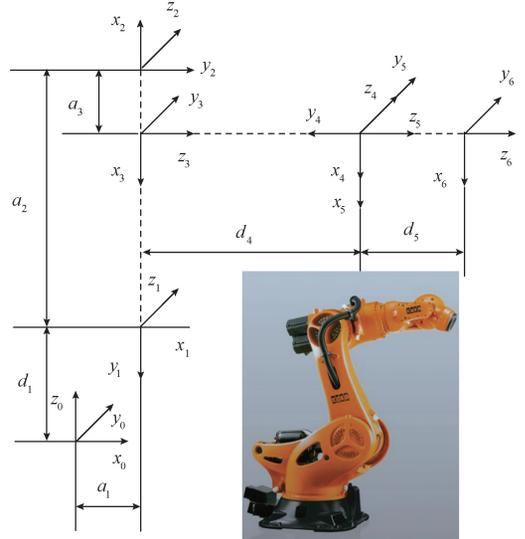


图 1 德国 KUKA KR150-2 机器人外形及其连杆坐标系

Fig.1 The appearance and connecting rod coordinate system of KUKA KR150-2 robot from German

表 1 连杆理论参数

Table 1 Connecting rod theoretical parameters

序号	连杆长度 a/mm	偏置值 d/mm	连杆扭角 $\alpha/(\circ)$	转角 θ $/(\circ)$	扭角 β $/(\circ)$
1	350	750	-90	θ_1	0
2	1 250	0	0	θ_2	β_2
3	55	0	90	θ_3	0
4	0	1 100	-90	θ_4	0
5	0	0	90	θ_5	0
6	0	230	0	θ_6	0

2 机器人运动学模型

采用 Veitschegger 等^[17]提出的 MD-H 模型对 KUKA KR150-2 机器人进行建模,以规避参数辨识解算的奇异性。齐次变换矩阵 A_i 常用以具体描述模型中相邻两连杆坐标系 $i-1$ 与 i 间的相对关系。

$$A_i = Rot(z, \theta_i) Trans(0, 0, d_i) Trans(a_i, 0, 0) Rot(x, \alpha_i) Rot(y, \beta_i) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_i \cos\beta_i - \sin\theta_i \sin\alpha_i \sin\beta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \sin\beta_i + \sin\theta_i \sin\alpha_i \cos\beta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \cos\beta_i + \cos\theta_i \sin\alpha_i \sin\beta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\beta_i - \cos\theta_i \sin\alpha_i \cos\beta_i & a_i \sin\theta_i \\ -\cos\alpha_i \sin\beta_i & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \cos\beta_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: a_i, α_i, θ_i 及 d_i 的含义同前。若相邻两关节平行, $d_i = 0$; 不平时, $\beta_i = 0$ 。

对于 n 自由度的机器人, 从基座开始, 相邻坐标系间的齐次变换矩阵依次为 A_1, A_2, \dots, A_n , 则从工具坐标系到基坐标系的总变换矩阵 T_n 为:

$$T_n = A_1 A_2 \cdots A_n = \prod_{i=1}^n A_i \quad (2)$$

借助矢量 n_i, o_i, a_i, P_i , 式(1)也可描述为:

$$A_i = \begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & P_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: n_i, o_i, a_i 为3个旋转矢量; P_i 为平移矢量, 矢量的维度均为 3×1 。

3 机器人位姿误差模型

根据式(1), A_i 与连杆参数 $a_i, \alpha_i, d_i, \theta_i, \beta_i$ 直接关联。连杆参数真实值与公称值间的误差用 $\Delta a_i, \Delta \alpha_i, \Delta d_i, \Delta \theta_i, \Delta \beta_i$ 表示。假设连杆参数连续可导, 对式(1)的5参数求全微分, 即可求得变换误差 dA_i

$$dA_i = \frac{\partial A_i}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \frac{\partial A_i}{\partial d_i} \Delta d_i + \frac{\partial A_i}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial A_i}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i \quad (4)$$

由式(1)可以得到:

$$\frac{\partial A_i}{\partial \theta_i} = A_i Q_\theta \quad (5)$$

式(5)中:

$$Q_\theta = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\alpha_i \cos\beta_i & \sin\alpha_i & a_i \sin\alpha_i \sin\beta_i \\ \cos\alpha_i \cos\beta_i & 0 & \cos\alpha_i \sin\beta_i & a_i \cos\alpha_i \\ -\sin\alpha_i & -\cos\alpha_i \sin\beta_i & 0 & -a_i \sin\alpha_i \cos\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

同理有:

$$\delta A_i = \begin{bmatrix} 0 & -\sin\beta_i \Delta \alpha_i - \cos\alpha_i \cos\beta_i \Delta \theta_i & \Delta \beta_i + \sin\alpha_i \Delta \theta_i & \cos\alpha_i \Delta \alpha_i - \cos\beta_i \sin\beta_i \Delta d_i + a_i \sin\alpha_i \sin\beta_i \Delta \theta_i \\ \sin\beta_i \Delta \alpha_i + \cos\alpha_i \cos\beta_i \Delta \theta_i & 0 & \cos\alpha_i \sin\beta_i \Delta \theta_i - \cos\beta_i \Delta \alpha_i & \sin\alpha_i \Delta d_i + a_i \cos\alpha_i \Delta \theta_i \\ -\Delta \beta_i - \sin\alpha_i \Delta \theta_i & \cos\beta_i \Delta \alpha_i - \cos\alpha_i \sin\beta_i \Delta \theta_i & 0 & \sin\beta_i \Delta \alpha_i + \cos\alpha_i \cos\beta_i \Delta d_i - a_i \sin\alpha_i \cos\beta_i \Delta \theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial d_i} = A_i Q_d \quad (7)$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial a_i} = A_i Q_a \quad (8)$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial \alpha_i} = A_i Q_\alpha \quad (9)$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial \beta_i} = A_i Q_\beta \quad (10)$$

式(7)~式(10)中:

$$Q_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\sin\beta_i & 0 & 0 \\ \sin\beta_i & 0 & -\cos\beta_i & 0 \\ 0 & \cos\beta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$Q_\beta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$Q_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cos\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$Q_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\cos\alpha_i \sin\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & \sin\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_i \cos\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

由此可分别得出 A_i 的变换误差矩阵 dA_i 及微分变换矩阵 δA_i 。

$$dA_i = A_i (Q_a \Delta a_i + Q_\alpha \Delta \alpha_i + Q_d \Delta d_i + Q_\theta \Delta \theta_i + Q_\beta \Delta \beta_i) = A_i (\delta A_i) \quad (15)$$

$$\delta A_i = Q_a \Delta a_i + Q_\alpha \Delta \alpha_i + Q_d \Delta d_i + Q_\theta \Delta \theta_i + Q_\beta \Delta \beta_i \quad (16)$$

将式(6)、(11)~(14)代入式(16)中可得:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\delta z_i^A & \delta y_i^A & dx_i^A \\ \delta z_i^A & 0 & -\delta x_i^A & dy_i^A \\ -\delta y_i^A & \delta x_i^A & 0 & dz_i^A \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: $dx_i^A, dy_i^A, dz_i^A, \delta x_i^A, \delta y_i^A, \delta z_i^A$ 分别为相对连杆坐标系三轴的微分平移及旋转分量。

令相对连杆坐标系三轴方向的位置偏差矢量 d_i^A 为:

$$d_i^A = \begin{bmatrix} dx_i^A \\ dy_i^A \\ dz_i^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta_i \Delta\alpha_i - \cos\alpha_i \sin\beta_i \Delta d_i + a_i \sin\alpha_i \sin\beta_i \Delta\theta_i \\ \sin\alpha_i \Delta d_i + a_i \cos\alpha_i \Delta\theta_i \\ \sin\beta_i \Delta\alpha_i + \cos\alpha_i \cos\beta_i \Delta d_i - a_i \sin\alpha_i \cos\beta_i \Delta\theta_i \end{bmatrix} \quad (18)$$

令相对连杆坐标系三轴的旋转偏差矢量 δ_i^A 为:

$$\delta_i^A = \begin{bmatrix} \delta x_i^A \\ \delta y_i^A \\ \delta z_i^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta_i \Delta\alpha_i - \cos\alpha_i \sin\beta_i \Delta\theta_i \\ \Delta\beta_i + \sin\alpha_i \Delta\theta_i \\ \sin\beta_i \Delta\alpha_i + \cos\alpha_i \cos\beta_i \Delta\theta_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

若关节间均存在微分扰动齐次变换,由式(2)可得:

$$T_n + dT_n = (A_1 + dA_1)(A_2 + dA_2) \cdots (A_n + dA_n) =$$

$$\prod_{i=1}^n (A_i + dA_i) \quad (20)$$

式中: dT_n 为末端工具坐标系与基坐标系的相对微分变化。

忽略高阶项,式(20)可化简为:

$$dT_n = \sum_{i=1}^n [(A_1 A_2 \cdots A_i)(\delta A_i)(A_{i+1} \cdots A_n)] = \sum_{i=1}^n [(T_n)(A_{i+1} \cdots A_n)^{-1}(\delta A_i)(A_{i+1} \cdots A_n)] \quad (21)$$

定义 $U_i = A_i A_{i+1} \cdots A_n$, 则式(21)可以变化为:

$$dT_n = T_n \sum_{i=1}^n [(U_{i+1})^{-1}(\delta A_i)(U_{i+1})] = T_n(\delta T_n) \quad (22)$$

式(22)中, δT_n 为 T_n 的误差矩阵,可表示为:

$$\delta T_n = \sum_{i=1}^n [(U_{i+1})^{-1}(\delta A_i)(U_{i+1})] = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z^n & \delta y^n & dx^n \\ \delta z^n & 0 & -\delta x^n & dy^n \\ -\delta y^n & \delta x^n & 0 & dz^n \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中: $dx^n, dy^n, dz^n, \delta x^n, \delta y^n, \delta z^n$ 分别为相对工具坐标三轴的微分平移分量及旋转分量。

进一步整理,用 d_i^A 和 δ_i^A 来获得相对于工具坐标系描述的位置误差矢量 d^n 和旋转误差矢量 δ^n 。

$$d^n = \begin{bmatrix} dx^n \\ dy^n \\ dz^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [n_{i+1}^u \cdot d_i^A + (p_{i+1}^u \times n_{i+1}^u) \cdot \delta_i^A] \\ \sum_{i=1}^n [o_{i+1}^u \cdot d_i^A + (p_{i+1}^u \times o_{i+1}^u) \cdot \delta_i^A] \\ \sum_{i=1}^n [a_{i+1}^u \cdot d_i^A + (p_{i+1}^u \times a_{i+1}^u) \cdot \delta_i^A] \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\delta^n = \begin{bmatrix} \delta x^n \\ \delta y^n \\ \delta z^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [n_{i+1}^u \cdot \delta_i^A] \\ \sum_{i=1}^n [o_{i+1}^u \cdot \delta_i^A] \\ \sum_{i=1}^n [a_{i+1}^u \cdot \delta_i^A] \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中: $n_{i+1}^u, o_{i+1}^u, a_{i+1}^u$ 为 U_{i+1} 的 3 个 3×1 姿态矢量。 p_{i+1}^u 为 U_{i+1} 的 3 个 3×1 位置矢量。

经过进一步整理,相对工具坐标系的位置偏差及旋转偏差 D^n 为:

$$D^n = \begin{bmatrix} d^n \\ \delta^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\theta \\ R_\theta \end{bmatrix} \Delta\theta + \begin{bmatrix} M_d \\ 0 \end{bmatrix} \Delta d + \begin{bmatrix} M_a \\ 0 \end{bmatrix} \Delta a + \begin{bmatrix} M_\alpha \\ R_\alpha \end{bmatrix} \Delta\alpha + \begin{bmatrix} M_\beta \\ R_\beta \end{bmatrix} \Delta\beta \quad (26)$$

式中: $M_\theta, M_d, M_a, M_\alpha, M_\beta$ 为各对应连杆参数的平移系数矩阵; $R_\theta, R_\alpha, R_\beta$ 为旋转系数矩阵; $\Delta\theta = (\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \cdots, \Delta\theta_n)^T$; $\Delta d = (\Delta d_1, \Delta d_2, \cdots, \Delta d_n)^T$; $\Delta a = (\Delta a_1, \Delta a_2, \cdots, \Delta a_n)^T$; $\Delta\alpha = (\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \cdots, \Delta\alpha_n)^T$ 。

由上述推导可知,矩阵 $M_\theta, M_d, M_a, M_\alpha, M_\beta$ 以及 $R_\theta, R_\alpha, R_\beta$ 的各元素取决于连杆参数值。由式(22)可知,随着机器人所处位置的改变, dT_n 因为对应着不同的 $M_\theta, M_d, M_a, M_\alpha, M_\beta, R_\theta, R_\alpha, R_\beta$ 和 T_n 矩阵也随之变化。

由此可求得 d^n 和 δ^n , 即建立了位姿误差模型,可为误差补偿研究提供基础。

4 机器人位置矢量近似度

机器人处于某一位姿时其在机器人基坐标系下的位置及位置误差 d^n 均可视为三维矢量。为了对两个位置矢量进行比较,本文考虑到两个位置矢量在空间上的接近程度不仅与它们之间的距离有关,还与矢量之间的夹角以及所形成的三角形面积有关,故引入两位置矢量夹角的正弦和矢量之差的比值近似度子指标 λ 以及两位置矢量形成的三角形面积近似度子指标 ζ 的概念,通过两个近似度子指标共同判断位置矢量间的近似度,如图 2 所示。即对于任意两个位姿处的位置矢量 p_s 和 p_t ,若它们之间的距离、夹角以及两矢量在空间上形成的三角形面积分别为 $|p_s - p_t|, \varphi$ 和 S_Δ 。

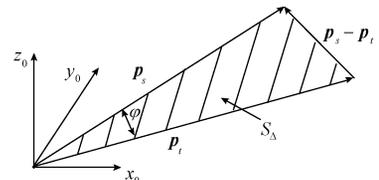


图 2 两位置矢量的近似度

Fig.2 The approximation degree of two position vectors

定义 λ 及 ζ 的数学表达式如下:

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \mathbf{p}_s = \mathbf{p}_t \\ \frac{\sin\varphi}{|\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_t|} & \mathbf{p}_s \neq \mathbf{p}_t \end{cases} \quad (27)$$

式中: λ 为两位置矢量夹角的正弦和矢量之差的比值近似度子指标。为简便起见,后面简称为近似度子指标 1。

$$\zeta = \begin{cases} \infty & \mathbf{p}_s = \mathbf{p}_t \\ \frac{1}{S_{\Delta}} & \mathbf{p}_s \neq \mathbf{p}_t \end{cases} \quad (28)$$

式中: ζ 为两位置矢量形成的三角形面积近似度子指标。为简便起见,后面简称为近似度子指标 2。

两个矢量之间越接近, λ 及 ζ 值越大, 当 λ 的值为 1 和 ζ 的值为无穷时, 两个矢量最为接近。

5 位姿矢量间近似度概念的扩展

由式(17)、(24)和(25)可知机器人位置误差矢量 \mathbf{d}^n 和旋转误差矢量 $\boldsymbol{\delta}^n$ 为各连杆参数的三角函数, 在机器人整个工作空间域内 1 阶连续可微。故当两位置对应的关节转角相差极小, 则认为该两位置非常接近。关节角差别越小, 近似程度越高。

由此可得出以下结论: 当两个位置矢量达到高度相近时, 在许可范围内, 理论上可用某一矢量近似代替另一个, 同理某误差矢量也可用另一误差矢量近似代替。即当图 2 中的 \mathbf{p}_s 和 \mathbf{p}_t 相近程度较高时, 可以用 \mathbf{p}_s 近似代替 \mathbf{p}_t , 与此同时, 也可以用 \mathbf{p}_s 的误差 \mathbf{d}_p^n 近似代替 \mathbf{p}_t 的误差 \mathbf{d}_p^n 。

以上讨论的是相近的两个位置矢量之间以及它们位置误差之间的关系, 将其扩展到相近的多个位姿矢量, 则其中某一位姿矢量(或位姿误差矢量)可由其他位姿矢量(或位姿误差矢量)最小二乘线性拟合。但需要确定其他位姿矢量(或位姿误差矢量)的影响权重。

6 近似度加权平均空间插值法的原理

插值是建立定位点位姿补偿模型的关键。不同的插值方法建立的数学模型会有差别, 插值补偿的效果就有差异, 常用的为距离加权反比法、克里金法以及双线性、双三次插值等^[18]。本文提出的近似度加权平均空间插值方法参考距离加权反比插值法的思路, 基于相近相似的原理, 即两个位置矢量之间的距离 $|\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_t|$, 夹角 φ , 以及 $\mathbf{p}_s, \mathbf{p}_t$ 两矢量在空间上形成的三角形面积 S_{Δ} 越小, 则越近似。近似度以插值目标位姿矢量与数据库样本位姿矢量间的近似度子指标 λ 及 ζ 共同决定权重, 距离加权反比法, 进行加权插值计算。对其中与插值目标位姿

矢量相近程度越高的数据库样本位姿矢量赋予更大的权重。

对于机器人工作空间域内任一定位点处的位姿矢量(或位姿误差矢量), 如果已知若干个与之相近的矢量, 则理论上可以通过近似度加权平均空间插值方法确定未知定位点位姿矢量(或位姿误差矢量)。为提高未知定位点的插值逼近精度, 需要使已知样本点均匀分布, 对机器人的工作空间中未知定位点邻域内的一些点进行采样。则未知定位点的位置误差可以由邻域内各样本点的位置误差插值计算。

精度补偿原理如图 3 所示。设有 m 个样本点 $P_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 对应的位置矢量为 $\mathbf{p}_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 、理论定位坐标矢量与实际定位坐标矢量之差为 $\mathbf{d}_p^n (i = 1, 2, \dots, m)$, 则对于样本点附近的任一目标定位点(目标点) P 的位置误差预测值矢量 \mathbf{d}_p^n 可以通过以下步骤来求取。

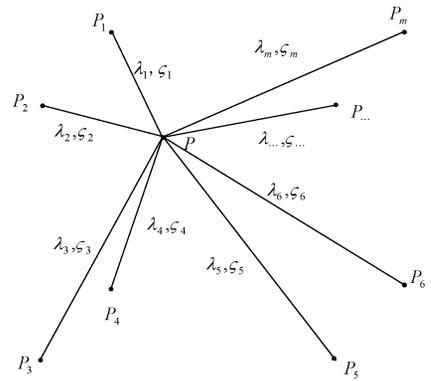


图 3 精度补偿原理

Fig.3 Principle diagram of precision compensation

1) 计算各样本点 $P_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 对 P 点的影响权重 q_i 。

设空间待插点(目标点)为 $P(x_p, y_p, z_p)$, 其位置误差预测值 \mathbf{d}_p^n 未知, P 点邻域内样本点 $P_i(x_i, y_i, z_i), i = 1, 2, \dots, m$, 其位置误差为 $\mathbf{d}_{p_i}^n (i = 1, 2, \dots, m)$ 已知。利用近似度加权平均空间插值法对 P 点的位置误差 \mathbf{d}_p^n 进行插值。 P 的位置误差 \mathbf{d}_p^n 取其邻域内已知的数据库样本位置误差矢量 $\mathbf{d}_{p_i}^n (i = 1, 2, \dots, m)$ 的加权平均。权的大小与矢量间的两个近似度子指标有关, 是两个近似度子指标的 r 次方倒数的加权和。具体公式如下:

$$q_i = \omega_1 \frac{\lambda_i^r}{\sum_{i=1}^m \lambda_i^r} + \omega_2 \frac{\zeta_i^r}{\sum_{i=1}^m \zeta_i^r} \quad (29)$$

式中: λ_i 为待插点 P 的预测位置矢量与样本点 P_i 的实际位置矢量夹角的正弦和矢量之差的比值近似度子指标, 即近似度子指标 1; ζ_i 为待插点 P 的预测位置矢量与样本

点 P_i 的实际位置矢量形成的三角形面积近似度子指标,即近似度子指标 2; ω_1, ω_2 为两近似度子指标在影响权值 q_i 运算中的权重; r 为加权幂指数, $0 \leq r \leq 2$; q_i 为 P_i 影响 P 的权重, $0 \leq q_i \leq 1$, 且 $\sum_{i=1}^m q_i = 1$ 。

由式(29)可见,加权幂指数控制着权系数如何随着矢量间的相近程度的下降而下降。若给定一个较大的加权幂指数,近似程度高的样本矢量被赋予较高的权重,而当加权幂指数取值较小时,权重比较均匀地分配给各样本矢量。

2) 预测目标点的位置误差。

$$\mathbf{d}_p^n = \sum_{i=1}^m q_i \mathbf{d}_{p_i}^n \quad (30)$$

通过式(30)计算,将求得的 P 的误差矢量预测值 \mathbf{d}_p^n ,修正理论坐标并驱动机器人以提高实际精度。

3) 基于近似度加权平均插值法适用性的条件。

为了尽可能保证插值的精度,由式(30)建立的误差预测模型是基于插值目标位姿矢量与数据库样本位姿矢量间有着高度近似的前提上的。本文提出一种比较易于实际操作的适用性条件判断方法,具体如下。

设 \mathbf{p}_s 与 \mathbf{p}_i 为两位置矢量,它们之间的距离为 $|\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_i|$,两矢量间的夹角为 φ (φ 很小),两矢量在空间上形成的三角形面积 S_Δ 。 $[\lambda]$ 为给定允许两位置矢量相互替换时近似度子指标 1 的最小允许可值,根据式(27),则必须满足:

$$\frac{\sin(|\varphi|)}{|\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_i|} \geq [\lambda] \quad (31)$$

同理, $[\zeta]$ 为给定允许两位置矢量相互替换时近似度子指标 2 的最小允许可值,根据式(29),则必须满足:

$$\frac{1}{S_\Delta} \geq [\zeta] \quad (32)$$

式(31)、(32)即可作为确定两位置矢量可相互替换的近似度的充分条件。

假设 \mathbf{p}_s 与 \mathbf{p}_i 之间给定允许的最大误差为 ε ,则有:

$$|\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_i| \leq \varepsilon \quad (33)$$

取 $|\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_i|$ 达到最大值 ε 时进行计算,根据式(31),则有:

$$\sin(|\varphi|) \geq [\lambda] \times \varepsilon \quad (34)$$

根据式(32),则有:

$$S_\Delta = 0.5 |\mathbf{p}_s| |\mathbf{p}_i| \sin(|\varphi|) \approx 0.5 |\mathbf{p}_s|^2 \sin(|\varphi|) \leq \frac{1}{[\zeta]} \quad (35)$$

即:

$$|\mathbf{p}_s|^2 \leq \frac{2}{[\zeta] \sin(|\varphi|)} \quad (36)$$

将式(34)的结果代入式(36),则有:

$$|\mathbf{p}_s|^2 \leq \frac{2}{[\zeta] \sin(|\varphi|)} \leq \frac{2}{[\zeta] \times [\lambda] \times \varepsilon} \quad (37)$$

若又假设给定允许的最大定位误差也为 ε ,邻域内各样本点的位置误差矢量为 $\mathbf{d}_{p_i}^n$ ($i = 1, 2, \dots, m$),目标点 P 的实际位置误差矢量为 \mathbf{d}_p^n 。若要误差小于 ε ,即

$$|\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n| < \varepsilon \quad (38)$$

结合式(30),则有:

$$\begin{aligned} |\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n| &= \left| \mathbf{d}_p^n - \sum_{i=1}^m (q_i \mathbf{d}_{p_i}^n) \right| = \left| 1 \times \mathbf{d}_p^n - \sum_{i=1}^m (q_i \mathbf{d}_{p_i}^n) \right| \\ &= \left| \left(\sum_{i=1}^m q_i \right) \times \mathbf{d}_p^n - \sum_{i=1}^m (q_i \mathbf{d}_{p_i}^n) \right| \\ &= \left| \sum_{i=1}^m q_i (\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n) \right| \leq \sum_{i=1}^m |q_i (\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n)| \\ &= \sum_{i=1}^m q_i |\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n| \leq \sum_{i=1}^m |\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n| \leq m \times \max_i \{ |\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n| \} \end{aligned} \quad (39)$$

因此若满足式(40),则式(38)即可成立。

$$\max_i \{ |\mathbf{d}_p^n - \mathbf{d}_{p_i}^n| \} \leq \frac{\varepsilon}{m} \quad (40)$$

当矢量间的两个近似度子指标满足式(31)、(32),或者矢量间的参数取值满足式(34)、式(37)以及矢量误差之差满足式(40)时,则认为在选定的邻域内各样本点和目标点的位置之间具有较高的近似度,且目标点的位置误差可用本文方法计算。

需指出的是,由于机器人到达同一位姿可以对应多组且不同的解,本文中的相近实际是指数据库样本点和插值目标点所对应的机器人各关节转角都很接近,即机器人各关节较小改变转角就可以某点移至其他点,这个前提对于提出的补偿模型至关重要。

7 实例验证

研究对象为 KUKA 机器人 KR150-2,坐标测量采用 FARO SI 型激光跟踪仪。具体思路如下。

在机器人工作空间中选取任一位姿的试验点(目标点),在其邻域内选定若干个点进行采样,获得各样本点的位置参数与姿态参数,根据式(24)计算各样本点的理论定位误差,随后根据式(27)和式(28)计算试验点与各样本点位置矢量间的近似度,以式(29)计算样本矢量对试验点矢量的影响权值,以式(30)计算试验点的误差预测值,分析比较预测值与通过模型(式(24)、(25))所得误差计算值间的偏差,并以残差判断本文方法的有效性。

选取点 $P_1(x2\ 000, y700, z1\ 000, a0, b90, c0)$ 和点 $P_2(x1\ 450, y200, z1\ 500, a0, b90, c0)$ 试验,6个参数的前3项为位置坐标,后3项为 RPY 姿态。分别在样本数据库中两对实验点邻域内的样本点进行合理筛选,各筛选出

了8个样本点,为方便叙述及列表,分别对它们标以序号1~8及1'~8'(具体坐标分别如表2及3所示)。式(29)的 ω_1, ω_2 取值为 $\omega_1 = 0.87, \omega_2 = 0.13$ 。具体结果如下,表2、表3所示分别为用机器人定位误差模型求得两目标点的邻域各样本点实际定位误差、位置以及矢

径。表4、5所示分别为本文提出的方法对两目标点 $P_1(x2\ 000, y700, z1\ 000)$ 与 $P_2(x1\ 450, y200, z1\ 500)$ 预测绝对定位误差的过程参数。表6所示为本文方法与文献[19]方法对两目标点预测绝对定位误差的精度对比。

表2 目标点 P_1 的邻域各样本点实际定位误差、位置以及矢径

Table 2 The actual positioning errors, positions and radius vectors of the sample points in neighborhood of target point P_1

样本点	名义位置坐标/mm			绝对定位误差/mm			实际位置坐标/mm			实际矢径/mm
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
1	1 950	750	1 050	0.017 3	1.010 5	-0.218 9	1 950.017 3	751.010 5	1 049.781 1	2 338.509
2	1 950	650	1 050	0.063 4	1.009 4	-0.211 6	1 950.063 4	651.009 4	1 049.788 4	2 308.380
3	1 950	750	950	0.019 1	0.986 0	-0.235 3	1 950.019 1	750.986 0	949.764 7	2 295.345
4	1 950	650	950	0.064 4	0.983 5	-0.228 6	1 950.064 4	650.983 5	949.771 4	2 264.640
5	2 050	750	1 050	0.028 8	0.997 1	-0.234 5	2 050.028 8	750.997 1	1 049.765 5	2 422.524
6	2 050	650	105 0	0.069 2	1.010 4	-0.225 3	2 050.069 2	651.010 4	1 049.774 7	2 393.455
7	2 050	750	950	0.028 3	0.976 0	-0.249 2	2 050.028 3	750.976 0	949.750 8	2 380.884
8	2 050	650	950	0.068 2	0.988 0	-0.240 6	2 050.068 2	650.988 0	949.759 4	2 351.299

表3 目标点 P_2 的邻域各样本点实际定位误差、位置以及矢径

Table 3 The actual positioning errors, positions and radius vectors of the sample points in neighborhood of target point P_2

样本点	名义位置坐标/mm			绝对定位误差/mm			实际位置坐标/mm			实际矢径/mm
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
1'	1 300	350	1 650	0.214 2	0.712 3	0.019 5	1 300.214 2	350.712 3	1 650.019 5	2 129.817
2'	1 300	50	1 650	0.350 8	0.589 4	-0.055 4	1 300.350 8	50.589 4	1 649.944 6	2 101.378
3'	1 300	350	1 350	0.342 8	0.347 1	-0.023 6	1 300.342 8	350.347 1	1 349.976 4	1 906.848
4'	1 300	50	1 350	0.355 3	0.180 6	-0.125 8	1 300.355 3	50.180 6	1 349.874 2	1 874.994
5'	1 600	350	1 650	0.180 6	1.020 0	-0.057 5	1 600.180 6	351.020 0	1 649.942 5	2 325.103
6'	1 600	50	1 650	0.350 9	0.947 2	-0.083 9	1 600.350 9	50.947 2	1 649.916 1	2 299.118
7'	1 600	350	1 350	0.236 3	0.787 7	-0.102 1	1 600.236 3	350.787 7	1 349.897 9	2 122.742
8'	1 600	50	1 350	0.342 9	0.691 5	-0.149 0	1 600.342 9	50.691 5	1 349.851 0	2 094.222

表4 本文提出的机器人精度补偿方法对目标点 P_1 的仿真验证结果

Table 4 The simulation verification results of the proposed robot accuracy compensation method for the target point P_1

样本点	名义位置坐标/mm			绝对定位误差/mm			两位置矢量间		两矢量间		两矢量三角形		近似度子		样本点对目标		样本点误差对目标点的		
	x	y	z	x	y	z	距离/mm	夹角/rad	面积/mm ²	指标1	指标2	λ	ζ	点的影响权值	q_i	x	y	z	
1	1 950	750	1 050	0.017 3	1.010 5	-0.218 9	87.054 576 71	0.037 141 189	101 730.500 9	0.000 427	9.83×10 ⁻⁶	0.149 762 551	0.002 590 892	0.151 335 058	-0.032 783 022				
2	1 950	650	1 050	0.063 4	1.009 4	-0.211 6	85.864 006 91	0.033 773 528	91 318.182 7	0.000 393	1.1×10 ⁻⁵	0.140 241 861	0.008 891 334	0.141 560 135	-0.029 675 178				
3	1 950	750	950	0.019 1	0.986 0	-0.235 3	87.299 759 03	0.031 520 763	84 747.892 26	0.000 361	1.18×10 ⁻⁵	0.130 741 580	0.002 497 164	0.128 911 198	-0.030 763 494				
4	1 950	650	950	0.064 4	0.983 5	-0.228 6	86.134 160 92	0.015 453 341	40 997.799 58	0.000 179	2.44×10 ⁻⁵	0.086 218 570	0.005 552 476	0.084 795 964	-0.019 709 565				
5	2 050	750	1 050	0.028 8	0.997 1	-0.234 5	87.064 286 75	0.014 946 619	42 418.085 29	0.000 172	2.36×10 ⁻⁵	0.082 770 320	0.002 383 785	0.082 530 286	-0.019 409 640				
6	2 050	650	1 050	0.069 2	1.010 4	-0.225 3	85.932 685 61	0.029 397 839	82 420.308 45	0.000 342	1.21×10 ⁻⁵	0.124 971 022	0.008 647 995	0.126 270 721	-0.028 155 971				
7	2 050	750	950	0.0283	0.976 0	-0.2492	87.329 064 33	0.033 3306 33	92 951.739 88	0.000 382	1.08×10 ⁻⁵	0.136 233 394	0.003 855 405	0.132 963 793	-0.033 949 362				
8	2 050	650	950	0.068 2	0.988 0	-0.24 06	86.215 536 21	0.036 566 019	100 703.593 0	0.000 424	9.93E×10 ⁻⁶	0.149 060 701	0.010 165 940	0.147 271 972	-0.035 864 005				
合计							692.894 076 5	0.232 129 933	637 288.102 0	0.002 680	0.000 113	1	0.044 584 991	0.995 639 127	-0.230 310 237				

表 5 本文提出的机器人精度补偿方法对目标点 P_2 的仿真验证结果

Table 5 The simulation verification results of the proposed robot accuracy compensation method for the target point P_2

样本点	名义位置坐标/mm			绝对定位误差/mm			两位置矢量间		两矢量间		两矢量三角形	近似度子		近似度子		样本点对目标		样本点误差对目标点的															
	x	y	z	x	y	z	$p_1 - p_2$	φ	S_{Δ}	λ	ζ	q_i	x	y	z	作用值/mm																	
																x	y	z															
1'	1 300	350	1 650	0.214	2	0.712	3	0.019	5	260.107	350	2	0.122	133	234	271	907.886	1	0.000	468	3.68×10 ⁻⁶	0.147	729	466	0.031	643	652	0.105	227	699	0.002	880	7
2'	1 300	50	1 650	0.350	8	0.589	4	-0.055	4	259.233	087	2	0.123	576	899	271	432.214	2	0.000	475	3.68×10 ⁻⁶	0.149	813	346	0.052	554	522	0.088	299	986	-0.008	300	
3'	1 300	350	1 350	0.342	8	0.347	1	-0.023	6	259.824	187	8	0.089	224	995	178	054.185	6	0.000	343	5.62×10 ⁻⁶	0.117	500	903	0.040	279	310	0.040	784	564	-0.002	773	
4'	1 300	50	1 350	0.355	3	0.180	6	-0.125	8	259.571	078	3	0.068	828	568	135	129.926	6	0.000	265	7.4×10 ⁻⁶	0.100	551	492	0.035	725	945	0.018	159	599	-0.012	649	
5'	1 600	350	1 650	0.180	6	1.020	0	-0.057	5	260.468	820	3	0.055	999	642	136	372.342	1	0.000	215	7.33×10 ⁻⁶	0.085	799	123	0.015	495	322	0.087	515	106	-0.004	933	
6'	1 600	50	1 650	0.350	9	0.947	2	-0.083	9	259.416	590	4	0.073	431	367	176	757.691	2	0.000	283	5.66×10 ⁻⁶	0.100	171	493	0.035	150	177	0.094	882	438	-0.008	404	
7'	1 600	350	1 350	0.236	3	0.787	7	-0.102	1	260.458	282	1	0.122	900	640	272	698.871	6	0.000	471	3.67×10 ⁻⁶	0.148	361	205	0.035	057	753	0.116	864	121	-0.015	148	
8'	1 600	50	1 350	0.342	9	0.691	5	-0.149	0	259.693	546	2	0.124	034	354	271	504.107	7	0.000	476	3.68×10 ⁻⁶	0.150	072	971	0.051	460	022	0.103	775	459	-0.022	361	
合计										2 078.772	942	0.780	129	699	1 713	857.225	0.002	997	4.07×10 ⁻⁵		1			0.297	366	701	0.655	508	973	-0.071	688		

表 6 本文提出的方法与文献[19]提出的方法结果对比

Table 6 The result comparison between the proposed method and the method in literature [19]

目标点	名义位置坐标/mm			理论定位坐标误差/mm			使用方法	预测定位误差/mm			残差/mm																
	x	y	z	x	y	z		x	y	z	x	y	z														
P_1	2 000	700	1 000	0.043	0	1.001	1	-0.230	3	本文	0.044	584	991	0.995	639	127	-0.230	310	237	0.001	584	991	-0.005	460	873	-1.023	71×10 ⁻⁵
										文献[19]	0.044	900	000	0.995	000	000	-0.230	400	000	0.001	900	000	-0.006	100	000	-1×10 ⁻⁴	
P_2	1 450	200	1 500	0.300	5	0.660	6	-0.069	8	本文	0.297	366	701	0.655	508	973	-0.071	688	000	-0.003	130	000	-0.005	090	000	-0.001	89
										文献[19]	0.296	800	000	0.659	200	000	-0.072	200	000	-0.003	700	000	-0.001	400	000	-0.002	4

从表 6 可以看出,利用该模型对机器人绝对定位精度进行补偿,可使目标点 P_1 的绝对定位误差的最大值由补偿前的 1.001 1 mm 缩小到 -0.005 460 873 mm,最小值由补偿前的 -0.230 3 mm 缩小到 -1.023 71×10⁻⁵ mm;也可使目标点 P_2 的绝对定位误差的最大值由补偿前的 0.660 6 mm 缩小到 -0.001 4 mm,最小值由补偿前的 -0.069 8 mm 缩小到 -0.002 4 mm,效果显著。

从表 6 还可以看出,目标点 P_1 以及目标点 P_2 在经过本文方法补偿后,其预测定位误差与理论值非常接近。相对文献[19]的方法,两目标点的预测定位精度有了进一步提高,其中目标点 P_1 的 x 坐标的预测定位残差由文献[19]的 0.001 9 下降到 0.001 584 991,残差缩小了 16.579 4%, y 坐标的预测定位残差由文献 1 的 -0.006 1 下降到 -0.005 460 873,残差缩小了 10.477 5%, z 坐标的预测定位残差由文献[19]的 -1×10⁻⁴ 下降到 -1.023 71×10⁻⁵,残差缩小了 89.762 9%;目标点 P_2 的 x 坐标的预测定位残差由文献[19]的 -0.003 7 下降到 -0.003 13,残差缩小了 15.405 4%, z 坐标的预测定位残差由文献[19]的 -0.002 4 下降到 -0.001 89,残差缩小了 21.25%,但 y 坐标的预测定位残差由文献[19]的 -0.001 4 上升到 -0.005 09,有所增大。综合看来,应用本文提出的基于近似度加权平均插值法进行机器人精度补偿在 x,y,z 轴三方向的位置误差显著减小, x,z 轴方向的残差也明显优于文献[19]的算法,证明了本文方法的

有效性。

为进一步验证了本文方法的有效性。在机器人工作空间随机取 70 个实验点,按本文方法进行误差补偿,结果如图 4 所示。结果表明所有实验点经补偿后最大误差为 0.376 1 mm,平均值为 0.120 9 mm,相对补偿前的 1~3 mm 有了明显提高,证明了方法理论上合理、应用中存在优势。

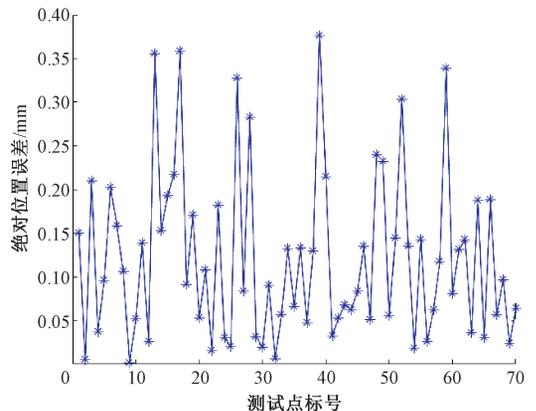


图 4 补偿后的测试结果

Fig.4 Test result after compensation

8 结 论

综上所述,本文针对机器人标定高度依赖于构型的问题,

提出了一种基于接近度加权平均插值的机器人精度补偿方法,利用工作空间上的邻近点进行误差预测。工作空间中任意一点的位置误差都可以通过相邻的样本点来估计。具体结论如下。

1) 机器人工作空间中相邻区域内任意点的位姿误差矢量之间存在着或高或低的近似度。考虑到两个矢量之间的距离,夹角,以及它们在空间上形成的三角形面积对近似度的影响,提出了近似度计算方法及基于近似度计算插值的使用条件。

2) 提出了基于近似度加权平均插值的补偿算法。它能有效提高机器人位姿误差补偿方法应用中的空间适应性,并大大减少传统的机器人标定方法所必须涉及的复杂误差补偿模型的构建以及求逆解的计算。大大简化了计算过程的复杂度,并有效地避免了标定方法无法适用于整个工作空间实现高精度补偿的缺陷。

3) 本方法一旦判断邻域任意样本点与目标点具有足够的近似度,根据相近程度不同,对各样本点赋予不同的权重,即可实现插值点位姿误差的精确补偿,对样本点具体的数量和位置无过高要求,容易实施。

参考文献

[1] 王一,宋志伟,王祎泽,等.基于 PSO 优化神经网络和空间网格的机器人位姿标定方法[J].中国测试,2016,42(8):98-102
WANG Y, SONG ZH W, WANG Y Z, et al. Robot calibration method based on spatial mesh and PSO optimal neural network [J]. China Measurement & Test, 2016, 42(8):98-102.

[2] 张振邦,曲兴华,张福民.PID 参数对机器人在线力补偿的影响[J].电子测量与仪器学报,2018,32(3):142-148.
ZHANG ZH B, QU X H, ZHANG F M. Effect of PID parameter on online force compensation of robot [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018,32(3):142-148.

[3] 孙剑萍,Jeff Xi,汤兆平.机器人定位精度及标定非概率可靠性方法研究[J].仪器仪表学报,2018,39(12):109-120.
SUN J P, JEFF XI, TANG ZH P. Non-probabilistic reliability method for robot position accuracy and calibration[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,39(12):109-120.

[4] JOUBAIR A, BONEV I A. Non-kinematic calibration of a six-axis serial robot using planar constraints [J]. Precision Engineering, 2015, 40:325-333.

[5] FILION A, JOUBAIR A, TAHAN AS, et al. Robot calibration using a portable photogrammetry system [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018,

49(2):77-87.

- [6] HASIRDEN, ZENG ZH G, LIU H T, et al. Measurement and analyses on positioning accuracy for optical processing robots [J]. Opto-Electronic Engineering, 2017, 44(5):516-522.
- [7] JOUBAIR A, ZHAO L F, BIGRAS P, et al. Absolute accuracy analysis and improvement of a hybrid 6-DOF medical robot [J]. Industrial Robot: An International Journal, 2015, 42(1):44-53.
- [8] 李永泉,吴鹏涛,张阳,等.球面二自由度冗余驱动并联机器人系统动力学参数辨识及控制[J].中国机械工程,2019,30(16):1967-1975.
LI Y Q, WU P T, ZHANG Y, et al. Dynamic parameter identification and control of spherical 2-dof redundant driven parallel robot system [J]. China mechanical engineering, 2019,30(16):1967-1975.
- [9] BESNARD S, KHALIL W. Calibration of parallel robots using two inclinometers [C]. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, Michigan, 1999, 1758-1763.
- [10] TRASLONEROS A, SEBASTIAN J M, TORRIJORS J, et al. An inexpensive method for kinematic calibration of parallel robot by using one hand-held camera as main sensor[J]. Sensor, 2013,13(8):9941-9965.
- [11] 毕德学,王欣亮,刘志芳,等.机器人工具和相机位姿标定的新方法[J].仪器仪表学报,2019,40(1):101-108.
BI D X, WANG X L, LIU ZH F, et al. New method for robot tool and camera pose calibration [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019,40(1):101-108.
- [12] NOTASH L, PODHORODESKI R P. Kinematic calibration of parallel manipulators [C]. Man and Cybernetics, Intelligent Systems for the 21st Century, IEEE, 1995, 4:3310-3315.
- [13] 田小玲.基于末端圆周标定的软件机器人刚度独立控制研究[J].国外电子测量技术,2019,38(6):135-139.
TIAN X L. Research on independent stiffness control of soft robot based on end cylindrical calibration [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2019, 38(6):135-139.
- [14] JOHANNES K G. Non-parametric calibration of a stewart platform [C]. Proceedings of 2014 Workshop on Fundamental issues and Future Research Direction for Parallel Mechanisms and Manipulators, 2014.
- [15] 李洪超,张伟中,李寅翔,等.固定电机驱动的平面关节型机器人无参数运动学标定[J].轻工机械,2015,33(6):40-45.
LI H CH, ZHANG W ZH, LI Y X, et al. Non-parametric kinematic calibration fixed-motor-driven selective

compliance assembly robot arm [J]. Light Industry Machinery, 2015,33(6):40-45.

- [16] 田威, 廖文和, 万世明, 等. 一种用于工业机器人的空间立体网格精度补偿方法:CN201110113246.6 [P]. 2011-11-2.
TIAN W, LIAO W H, WAN SH M, et al. An accuracy compensation method for spatial three-dimensional grid for industrial robots: CN201110113246.6 [P]. 2011-11-2.
- [17] VEITSCHEGGER W, WU C H. Robot accuracy analysis based on kinematics [J]. IEEE Journal on Robotics & Automation, 1986, 2(3):171-179.
- [18] 罗海波, 刘燕德, 兰乐佳, 等. 分焦平面偏振成像关键技术[J]. 华东交通大学学报, 2017, 34(1):8-13.
LUO H B, LIU Y D, LAN L J, et al. Key technologies of polarization imaging for division of focal plane polarimeters [J]. Journal of East China Jiaotong University, 2017, 34(1):8-13.
- [19] 周炜, 廖文和, 田威. 基于空间插值的工业机器人精度补偿方法理论与试验[J]. 机械工程学报, 2013, 49(3):42-48.
ZHOU W, LIAO W H, TIAN W, et al. Theory and test of precision compensation for industrial robots based on spatial interpolation [J]. Journal of mechanical engineering, 2013, 49(3):42-48.

作者简介



孙剑萍, 1992 年于长沙铁道学院(现中南大学)获得学士学位, 2006 年于华东交通大学获得硕士学位, 2016 年于中南大学获得博士学位, 现为华东交通大学教授, 主要研究方向为机器人技术及应用。

E-mail: 928135125@qq.com

Sun Jianping received her B. Sc. degree from Changsha Railway University (now Central South University) in 1992, M. Sc. degree from East China Jiaotong University in 2006, and Ph. D. degree from Central South University in 2016. Now, she is a professor in East China Jiaotong University. Her main research interests include robot technology and its applications.



Jeff XI, 1982 年于上海大学获得学士学位, 1984 年于上海大学获得硕士学位, 1993 年于多伦多大学获得博士学位, 现为加拿大瑞尔森大学教授, 主要研究方向为机器人和智能制造。

E-mail: fengxi@ryerson.ca

Jeff XI received his B. Sc. and M. Sc. degree both from Shanghai University in 1982 and 1984, respectively, and received his Ph. D. degree from University of Toronto in 1993. Now, he is a professor in Ryerson University, Toronto, Canada. His main research interests include robotics and intelligent manufacturing.



汤兆平(通信作者), 1997 年于华中理工大学(现华中科技大学)获得学士学位, 2006 年于华东交通大学获得硕士学位, 2017 年于中南大学获得博士学位, 现为华东交通大学教授, 主要研究方向为数字化设计制造。

E-mail: tzp@ecjtu.edu.cn

Tang Zhaoping (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Huazhong University of Science and Technology in 1997, M. Sc. degree from East China Jiaotong University in 2006, and Ph. D. degree from Central South University in 2017. Now, he is a professor in East China Jiaotong University. His main research interest includes digitized design and manufacturing.