

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108891

# 四端对同轴型计算电阻及其量值传递的研究\*

白 天<sup>1,2,3</sup>, 王书涛<sup>1</sup>, 杨 雁<sup>2,3</sup>, 曲正伟<sup>1</sup>, 黄 璐<sup>2,3</sup>

(1. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004; 2. 中国计量科学研究院 北京 100029;  
3. 国家市场监督管理总局重点实验室(电学量子基准) 北京 100029)

**摘 要:**针对回线型和双螺旋型计算电阻普遍存在的热电效应误差以及非金属支撑件引入的介质损耗等导致频率特性变差的问题,本文研制了一种结构简单且交直流差极小的 1 kΩ 四端对同轴型计算电阻,并基于理论公式计算和三维电磁场有限元仿真建模得到分布电容、残余电感、趋肤效应、涡流损耗等对其交直流差的贡献量。设计并研制了一种基于感应分压器原理的高精度四端对交流电阻电桥,采用两只频率特性已知的商用 10 kΩ 四端对四回线型计算电阻作为标准,实现对四端对同轴型计算电阻的 400 Hz~10 kHz 频率特性的实验验证。此外,采用该计算电阻还可实现对 100 Ω、1 kΩ、10 kΩ 的商用交流电阻器的高准确量传,其最佳测量标准不确定度为 1 kHz 下量传 1 kΩ 时的  $8 \times 10^{-8}$ 。

**关键词:** 同轴型计算电阻; 频率特性; 四端对定义; 交流电阻电桥

中图分类号: TH85<sup>+</sup>4.3 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 406.4030

## Research on the four terminal-pair coaxial calculable resistor and its value transmission

Bai Tian<sup>1,2,3</sup>, Wang Shutao<sup>1</sup>, Yang Yan<sup>2,3</sup>, Qu Zhengwei<sup>1</sup>, Huang Lu<sup>2,3</sup>

(1. Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. National Institute of Metrology, Beijing 100029, China; 3. Key Laboratory of Electrical Quantum Standards for State Market Regulation, Beijing 100029, China)

**Abstract:** To solve the common problems of the thermoelectric effect error and the dielectric loss of the nonmetallic support frame for the bifilar, quadrifilar, octofilar and double helix calculable resistors, one kind of 1 kΩ four terminal-pair (4TP) coaxial calculable resistor (CCR) with simple structure and minimum AC/DC resistance difference is developed. On basis of the theoretical calculation and the 3D electromagnetic field finite element simulation, the AC/DC resistance difference introduced from the distributed capacitance, residual inductance, skin effect and eddy current loss are achieved. A high-precision 4TP AC resistance bridge based on the inductive voltage divider is developed, which could be utilized as the experimental validation of the frequency dependence for the 4TP CCR from 400 Hz to 10 kHz in comparison with two commercial 10 kΩ 4TP quadrifilar calculable resistors with the known frequency dependence. In addition, the 4TP CCR with the same 4TP AC resistance bridge can realize the quantity value transfer for the commercial AC standard resistors within the resistance range of 100 Ω, 1 kΩ and 10 kΩ from 400 Hz to 10 kHz, which has the best standard measurement uncertainty of  $8 \times 10^{-8}$  for the 1 kΩ at 1 kHz.

**Keywords:** coaxial calculable resistor; frequency dependence; four terminal-pair definition; AC resistance bridge

## 0 引 言

交流电阻是交流阻抗的 3 个基本量之一,交流电阻标准的建立对开展交流电压、交流电流、功率等方面的电学精密测量和计量具有重要意义。我国目前的交流电阻

是通过电容电阻电桥、电容电桥和标准电容,历经 6 次交流链路后溯源至计算电容基准。2019 年 5 月新国际单位制在全世界范围实施后,冯·克里青常数  $R_k = h/e^2$  已成为无误差常数,以其为溯源源头的直流量子化霍尔电阻在理论上可成为无误差的直流电阻基准。而同样可出现量子化霍尔效应及霍尔平台的交流量子化霍尔电阻,显

然具有成为链路最短且测量不确定度最小的交流电阻溯源源头的巨大潜力。但是,国际上近些年的研究表明,霍尔样品在通入交流电流后,将出现霍尔平台不够平坦且存在电容泄漏电流和频率效应等难以解释和攻克的技术难题<sup>[1]</sup>。因此,借助交直流差可计算电阻及交流电阻电桥,将交流电阻间接溯源至直流量子化霍尔电阻基准,已成为包括我国在内的不少国家计量院所采用的溯源路径<sup>[2]</sup>。

目前国际上常见的交直流差可计算电阻器可分为同轴型和回线型<sup>[3-6]</sup>,中国计量科学研究院张钟华院士团队也提出了一种双螺旋型结构<sup>[7]</sup>。上述几种类型电阻器在 1.592 kHz 时的交直流差均可达  $10^{-7} \sim 10^{-8}$  量级,但是依然存在电阻丝与连接杆金属材质不同引入的热电效应误差及支撑长电阻丝的非金属支架引入的较大温度系数和介质损耗的问题。文献[3-4]将电阻丝浸入矿物油进行控温可降低电阻温度系数和改善整体稳定性,但是矿物油本身的介质损耗也将使电阻频率特性变差。针对上述共性问题,本文研制了一种四端对同轴型计算电阻器,采用德国 ISAOHM 电阻丝以及相同材质的连接杆;设计了一种悬挂电阻丝的特殊调整固定结构,可实现悬丝偏离电阻器中轴线距离的精细调整而使其两端受力尽量小;采用高密度隔热泡沫及铝金属箱,可有效降低外界温度变化时对电阻器产生的影响。另外,本文通过理论公式推导计算出该交流电阻在不同频率下的分布电容、残余电感、趋肤效应和涡流损耗等对交直流差的贡献量,并通过三维电磁场有限元仿真软件 ANSYS Maxwell 进行仿真验证。

本文还研制了一套基于感应分压器原理<sup>[8-10]</sup>且主比例经高准确校验修正<sup>[11]</sup>的四端对交流电阻电桥,通过与频率特性已知的两只商用 10 k $\Omega$  四端对四回线计算电阻器在 400 Hz~10 kHz 频率下的比较测量,实现对四端对同轴型计算电阻频率特性的实验验证。同时以四端对同轴型计算电阻为标准,可实现对 100  $\Omega$ 、1 k $\Omega$ 、10 k $\Omega$  交流电阻宽频范围内的高准确度量传。

## 1 四端对同轴型计算电阻的研制

### 1.1 结构设计

文献[3-8]研究表明,导致交流电阻阻值变化主要有分布电容、残余电感、趋肤效应、涡流损耗 4 方面原因。结构设计合理的电阻能有效减少上述 4 种影响,图 1 所示为本文研制的四端对同轴型计算电阻结构。

如图 1 所示,本文设计了特殊的机械调整固定结构来实现电阻丝始终处于自由悬空且两端受力极小的状态;采用 ISAOHM 合金丝作为电阻丝,其具有高电阻率、低温度系数 ( $<1 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ) 以及抗腐蚀和抗氧化等优异

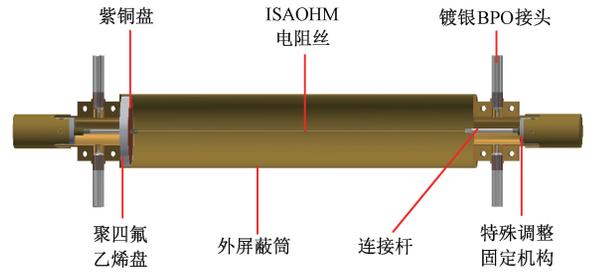


图 1 四端对同轴型计算电阻结构

Fig. 1 The inside structure of the 4TP coaxial calculable resistor

特性;电阻丝分别焊接在两个 ISAOHM 合金材质的连接杆的平面区,使用高精点焊技术即加载电流流经接触区域产生电阻热效应使 ISAOHM 合金熔化后实现焊接。该项技术不仅能避免低能量焊接如锡焊等引起的电阻丝本身温度系数变化问题,而且也能避免采用两种不同金属材质引起的热电效应误差;该计算电阻左侧加入了 1 个与外屏蔽筒紧配合的聚四氟乙烯圆柱盘,并且盘内部嵌入了 1 个中心焊接有连接杆的紫铜盘来保证连接杆处于外屏蔽筒的中轴线位置;两个连接杆的另一端分别通过等长的短粗铜丝焊接至两对镀银 BPO 接头的外皮,两对 BPO 接头的外皮则分别与外屏蔽筒焊接在一起,进而实现电阻器的四端对定义;电阻器的外屏蔽筒是由两个厚度 1 mm 的黄铜半圆柱筒对接组装而成,筒内不加注用于散热控温的矿物油以避免其介质损耗对电阻器引入的频率误差。

### 1.2 四端对定义

本文采用了国际上高等级交流阻抗标准器最常用的四端对定义结构<sup>[12]</sup>,具体如图 2 所示。

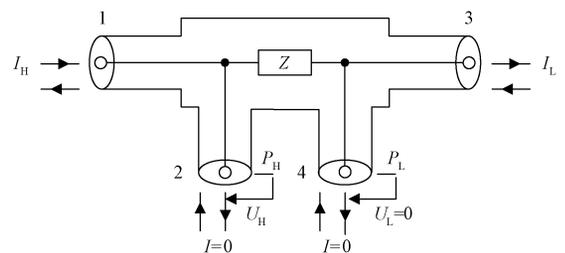


图 2 同轴型计算电阻的四端对定义图

Fig. 2 The 4TP definition of the coaxial calculable resistor

图 2 中,电流  $I_H$  和  $I_L$  分别从端口 1 流入及从端口 3 流出,端口 2 的电压为  $U_H$ 。当端口 2 和端口 4 的芯皮电流均为 0 且端口 4 的芯皮电压也为 0 时,能够保证电位高端的输入电压严格等于同轴型计算电阻的开路电压,从而消除引线本身阻抗及互感的影响。此时该计算电阻的定义式可由式(1)表述。

$$Z = \frac{U_{II}}{I_L} \quad (1)$$

研制完成的四端对同轴型计算电阻是放置在装有隔热保温材料的长方体铝箱中,需要通过4根同轴电缆将该计算电阻的电流端和电位端分别连接至铝箱侧面的4个镀银BPO插座。此时,箱体内部的4根同轴电缆将会对该计算电阻频率特性引入一定的附加误差。根据四端对定义可知,端口1以及电压和电流均为0的端口4对电阻器阻抗值无影响,因此仅需考虑端口2和端口3的两根同轴电缆引入的附加误差。该项相对误差可根据文献[13]给出的误差计算公式评估得到,具体结果如表1所示。由表1中数据可知,箱体内部同轴电缆在10 kHz及以下对四端对同轴型计算电阻频率特性的影响可忽略不计。

表1 同轴电缆对四端对同轴型计算电阻引入的相对误差

Table 1 The additional relative error of the 4TP coaxial calculable resistor introduced by the coaxial cables

频率/kHz	相对附加误差
0.4	$3.6 \times 10^{-14}$
1.0	$2.6 \times 10^{-13}$
1.6	$5.8 \times 10^{-13}$
2.0	$9.0 \times 10^{-13}$
4.0	$3.6 \times 10^{-12}$
10.0	$2.3 \times 10^{-11}$

## 2 四端对同轴型计算电阻的频率特性理论计算及仿真验证

交流电阻的频率特性与以下4个主要因素密切相关:分布电容、残余电感、趋肤效应和涡流损耗。这些因素由电阻器的材料特性、内部结构和工作频率决定。本节对上述4个因素进行理论计算,并通过三维电磁场有限元仿真软件 ANSYS Maxwell 对计算结果进行验证。其中,用该仿真软件对四端对同轴型计算电阻建模时,其各部件尺寸与实物完全相同,具体参数设置如表2所示。

表2 四端对同轴计算电阻关键部件尺寸的仿真参数值

Table 2 The dimensions and physical parameter values of the crucial parts of the 4TP coaxial calculable resistor

关键部件的相关参量	参数值
四端对同轴型计算电阻的阻值 $R/\text{k}\Omega$	1
ISAOHM 电阻丝的长度 $l/\text{mm}$	236.1
ISAOHM 电阻丝的半径 $a/\mu\text{m}$	10
ISAOHM 电阻丝的电阻率 $\rho/(\Omega \cdot \text{m}^{-1})$	4 235.5
外屏蔽筒的长度 $l_1/\text{mm}$	284
外屏蔽筒的厚度 $\tau/\text{mm}$	1

三维电磁场有限元仿真软件对以上4种情况进行仿真时需要在不同的场态下进行,因此会对四端对同轴型计算电阻的仿真模型进行相应的修改。

下面分别对影响电阻器频率特性的分布电容、残余电感、趋肤效应及涡流损耗等4个主要因素中相关量的分析计算和仿真进行详细介绍。

### 2.1 分布电容

四端对同轴型计算电阻的中轴线为电阻丝,最外层是黄铜材质的外屏蔽筒。当通过交流电时,两者之间的分布电容会使电阻阻值发生变化。设定电阻丝的半径为  $a$  且长度为  $l$ ,外屏蔽筒的内半径为  $b_1$ 。假设加载电阻丝的电压为  $E$ ,则该电阻的分布电容计算公式<sup>[14]</sup>为:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l E^2 \ln(b_1/a)}{E^2 (\ln(b_1/a))^2} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(b_1/a)} \quad (2)$$

由分布电容引入的交直流相对差的计算公式为:

$$\frac{\Delta R}{R} = 8\omega^2 \epsilon_0^2 a b_1 R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \Lambda_{10}(k b_1) \Lambda_{10}(k a) \quad (3)$$

式中:角频率  $\omega = 2\pi f$ ,而  $\Lambda_{10}(kx)$  为:

$$\Lambda_{10}(kx) = \frac{\frac{I_1(k\pi x/l)}{I_0(k\pi b_1/l)} + \frac{K_1(k\pi x/l)}{K_0(k\pi a/l)}}{\frac{I_0(k\pi a/l)}{I_0(k\pi b_1/l)} - \frac{K_0(k\pi a/l)}{K_0(k\pi b_1/l)}} \quad (4)$$

式中:  $I_0(x)$  和  $K_0(x)$  表示0阶修正贝塞尔函数,  $I_1(x)$  和  $K_1(x)$  表示1阶修正贝塞尔函数。通过式(2)得到的分布电容计算值  $C = 1.6780 \text{ pF}$ ,通过仿真软件得到的仿真值  $C' = 1.9414 \text{ pF}$ ,最后由式(3)可得到其理论计算值和仿真值在不同频率下引入的交直流相对差  $\Delta R/R$ ,具体数据如表3和4所示。

### 2.2 残余电感

电阻丝、连接杆及外屏蔽筒的电感将引起四端对同轴型计算电阻的交流阻值变化,那么直流和低频条件下电感的计算公式<sup>[15]</sup>为:

$$L_0 = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left\{ \ln\left(\frac{b_1}{a}\right) + \frac{\mu}{\mu_0} \left[ \frac{b^4}{(b^2 - b_1^2)} \ln \frac{b}{b_1} - \frac{1}{2} \frac{b^2}{b^2 - b_1^2} \right] \right\} \quad (5)$$

式中:  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ,其他参数均在表2中给出。

高频条件下电感的计算公式为:

$$L_{\infty} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{b_1}{a} \quad (6)$$

该计算电阻的残余电感值可认为是以上两种情况的平均值,由其引入的交直流相对差计算公式<sup>[4]</sup>为:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{\omega^2 L^2}{R^2} \quad (7)$$

由式(5)和(6)得到的残余电感计算值  $L=0.4495\ \mu\text{H}$ ;由仿真软件得到的残余电感仿真值  $L'=0.4592\ \mu\text{H}$ ,最后由式(7)得到其理论计算值和仿真值引入的交直流相对差,具体数据如表3和4所示。

### 2.3 连接杆的趋肤效应

当导体通入交流电时,导体中的电流将会集中在导体外表的薄层,进而导致导体的电阻增加,该现象被称为趋肤效应。由于四端对同轴型计算电阻的电阻丝极细,所以电阻丝的趋肤效应可忽略不计。而与电阻丝点焊在一起的两个连接杆所产生的趋肤效应则需考虑,其引入的交直流相对差的计算公式<sup>[4]</sup>为:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{2 \times R_c}{R} k^4 r^4 / 192 \quad (8)$$

式中:  $R_c = \rho l' / S$  表示单个连接杆的电阻值,  $S$  表示连接杆的截面积,  $l'$  表示单个连接杆的长度,  $k^2 = \omega \mu / \rho$ 。由式(8)得到的理论计算值以及采用仿真软件得到的仿真值如表3和4所示。

### 2.4 外屏蔽筒的涡流损耗

当电阻丝通入交流电流时,四端对同轴型计算电阻

的外屏蔽筒将处于交变磁场中,进而导致其产生涡流损耗。设定涡流效应的透入深度为  $g$ 、外屏蔽筒的外半径为  $b$  且其电阻率为  $\rho_1$ 。则当  $g/b \ll 1$  时,外屏蔽筒的涡流损耗引入的交直流相对差的简化计算公式<sup>[4]</sup>为:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2m\omega l_1}{R} \cdot \frac{1}{m^2 + 1} \left(\frac{g}{b}\right)^{2n} \quad (9)$$

其中,  $m = \mu_0 b \omega \tau / 2\rho_1$ 。由式(9)得到的理论计算值以及采用仿真软件得到的仿真值如表3和4所示。

### 2.5 两个半圆柱筒上电流不同引起的交直流差

为了方便电阻丝的安装,四端对同轴型计算电阻的外屏蔽筒由两个半圆柱筒合并而成,这将导致流入两个半圆柱筒的电流不完全相同。一般认为电流差为流过电阻丝电流的0.05倍<sup>[4]</sup>,此时由该因素引入的交直流相对差的计算值可由式(10)得到:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{8m\omega(0.05)^2 l_1}{\pi^2 R} \cdot \frac{1}{m^2 + 1} \quad (10)$$

其中,  $m$  的计算与式(9)中相同。由式(10)得到的理论计算值以及采用仿真软件得到的仿真值如表3和4所示。

表3 四端对同轴型计算电阻的频率特性计算值

Table 3 The calculated frequency dependence of the 4TP coaxial calculable resistor

频率/kHz	0.4	1.0	1.6	2.0	4.0	10.0
分布电容引入的交直流相对差	$-1.9 \times 10^{-13}$	$-1.2 \times 10^{-12}$	$-3.1 \times 10^{-12}$	$-4.8 \times 10^{-12}$	$-1.9 \times 10^{-11}$	$-1.2 \times 10^{-10}$
残余电感引入的交直流相对差	$-1.3 \times 10^{-12}$	$-8.0 \times 10^{-12}$	$-2.0 \times 10^{-11}$	$-3.2 \times 10^{-11}$	$-1.3 \times 10^{-10}$	$-8.0 \times 10^{-10}$
连接杆的趋肤效应引入的交直流相对差	$-2.5 \times 10^{-12}$	$-1.6 \times 10^{-11}$	$-4.0 \times 10^{-11}$	$-6.3 \times 10^{-11}$	$-2.5 \times 10^{-10}$	$-1.6 \times 10^{-9}$
外屏蔽筒的涡流损耗引入的交直流相对差	$-6.0 \times 10^{-11}$	$-1.6 \times 10^{-10}$	$-2.1 \times 10^{-10}$	$-2.2 \times 10^{-10}$	$-2.4 \times 10^{-10}$	$-2.5 \times 10^{-10}$
两个半圆柱筒的电流不同引入的交直流相对差	$-6.2 \times 10^{-11}$	$-1.7 \times 10^{-10}$	$-2.1 \times 10^{-10}$	$-2.3 \times 10^{-10}$	$-2.5 \times 10^{-10}$	$-2.6 \times 10^{-10}$
各影响因素导致的交直流相对差计算值	$-1.3 \times 10^{-10}$	$-3.6 \times 10^{-10}$	$-4.8 \times 10^{-10}$	$-5.5 \times 10^{-10}$	$-8.9 \times 10^{-10}$	$-3.0 \times 10^{-9}$

表4 四端对同轴型计算电阻的频率特性仿真值

Table 4 The simulation frequency dependence of the 4TP coaxial calculable resistor

频率/kHz	0.4	1.0	1.6	2.0	4.0	10.0
分布电容引入的交直流相对差	$-2.4 \times 10^{-13}$	$-1.5 \times 10^{-12}$	$-3.9 \times 10^{-12}$	$-6.1 \times 10^{-12}$	$-2.4 \times 10^{-11}$	$-1.5 \times 10^{-10}$
残余电感引入的交直流相对差	$-1.3 \times 10^{-12}$	$-8.3 \times 10^{-12}$	$-2.1 \times 10^{-11}$	$-3.3 \times 10^{-11}$	$-1.3 \times 10^{-10}$	$-8.3 \times 10^{-10}$
连接杆的趋肤效应引入的交直流相对差	$-5.1 \times 10^{-12}$	$-3.2 \times 10^{-11}$	$-8.2 \times 10^{-11}$	$-1.3 \times 10^{-10}$	$-5.1 \times 10^{-10}$	$-3.2 \times 10^{-9}$
外屏蔽筒的涡流损耗引入的交直流相对差	$-9.7 \times 10^{-11}$	$-2.7 \times 10^{-10}$	$-3.3 \times 10^{-10}$	$-3.6 \times 10^{-10}$	$-3.9 \times 10^{-10}$	$-4.0 \times 10^{-10}$
两个半圆柱筒的电流不同引入的交直流相对差	$-6.9 \times 10^{-11}$	$-1.9 \times 10^{-10}$	$-2.4 \times 10^{-10}$	$-2.5 \times 10^{-10}$	$-2.8 \times 10^{-10}$	$-2.8 \times 10^{-10}$
各影响因素导致的交直流相对差仿真值	$-1.7 \times 10^{-10}$	$-5.1 \times 10^{-10}$	$-6.8 \times 10^{-10}$	$-7.8 \times 10^{-10}$	$-1.3 \times 10^{-9}$	$-4.9 \times 10^{-9}$

由表3和4可看到,四端对同轴型计算电阻的交直流相对差的理论计算值以及采用仿真软件得到的仿真值非常接近,在高频10 kHz时也仅相差  $1.9 \times 10^{-9}$ 。上述的理论计算结果和仿真数据为四端对同轴型计算电阻的实际研制提供了重要的理论依据。

## 3 四端对同轴型计算电阻的量传装置

为满足交流电阻的精密测量与性能评定,本文研制了一套宽频四端对交流电阻电桥,该电桥是基于感应分

压原理的交流比例电桥<sup>[8]</sup>,适用于阻值比为10:1的两个交流电阻之间的测量,测量范围为100 Ω~1 MΩ。其量传原理是:以一个频率特性和时间常数已知的交流标准电阻(例如溯源至我国计算电容基准的商用10 kΩ四回线型计算电阻或者本文研制的四端对同轴型计算电阻)为标准时,通过四端对交流电阻电桥对被测交流电阻进行比较测量,即可得到被测交流电阻在400 Hz~10 kHz时的交流电阻值以及时间常数。该套电桥的结构线路原理如图3所示。

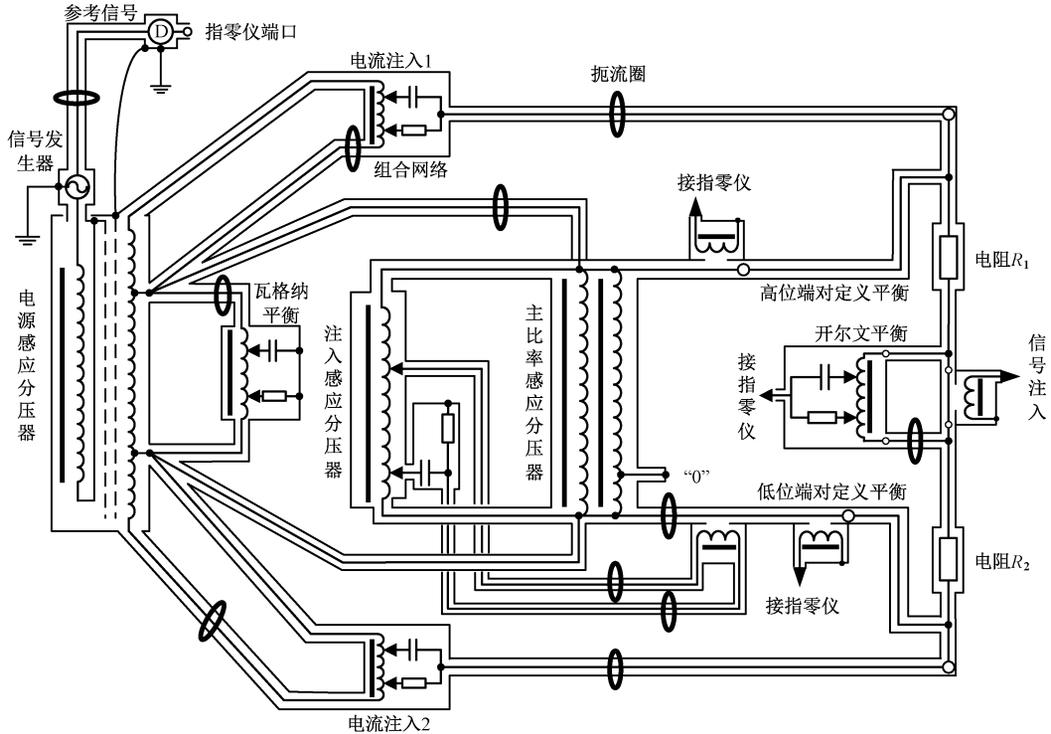


图3 四端对交流电阻电桥的工作原理

Fig. 3 The principle of four terminal-pair AC resistance bridge

图3桥路中的补偿电势位于“-1”支路。由于电势注入支路存在电位,导纳泄漏将会引入补偿电势注入误差,此时可通过单匝对称同轴注入变压器的方案解决。补偿电势IVD的读数分别为 $\alpha$ 和 $\beta$ ,注入变比为1:100。同相分量 $\alpha$ 和直角分量 $\beta$ 均采用五盘感应分压器,因此电桥的最小分辨率为 $1 \times 10^{-8}$ 。

当电桥平衡后,则应有:

$$\frac{Z_{R_1}}{Z_{R_2}} = \frac{R_1(1+j\omega\tau_1)}{R_2(1+j\omega\tau_2)} \approx \frac{R_1}{R_2} [1 + j\omega(\tau_1 - \tau_2)]$$

$$\frac{Z_{R_1}}{Z_{R_2}} = \frac{10(1 + \alpha)}{1 \cdot [1 + 10^{-2}(\alpha + j\beta)]} \approx$$

$$10(1 + \sigma) [1 - 10^{-2}(\alpha + j\beta)] \quad (11)$$

由式(11)可得到两个交流电阻器的交流电阻之比以及时间常数之差如式(12)所示。

四端对交流电阻电桥包括主比率、电源、注入共3个感应分压器装置,以及4个平衡和注入网络、多个扼流圈、多个指零仪等关键部件。采用自研制的双路六盘感应分压器与高稳定性的标准电阻 $R$ 和标准电容 $C$ 组成4个交流组合网络(combining network, CN)<sup>[8]</sup>,分别与指零仪一起组成4个平衡和注入网络,即瓦格纳平衡、高位端对定义平衡、低位端对定义平衡以及指零仪开尔文平衡。整个电桥需要同时满足上述4个辅助平衡和电桥主平衡条件才能完成一次完整测量。

$$\frac{R_1}{R_2} = 10(1 + \sigma) \cdot (1 - 10^{-2}\alpha)$$

$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{1}{\omega} (1 + \sigma) \cdot (1 - 10^{-2}\beta) \quad (12)$$

式中: $R_1$ 和 $R_2$ 是两个交流电阻器在频率 $f$ 下的交流电阻值, $\tau_1$ 和 $\tau_2$ 是两个交流电阻器的时间常数, $\sigma$ 是在频率 $f$ 下的主比率感应分压器的比率修正值。

## 4 实验结果及数据分析

### 4.1 四端对同轴型计算电阻的频率特性验证

为验证四端对同轴型计算电阻的频率特性,采用了两只溯源至我国新一代立式计算电容基准的商用10 kΩ四端对四回线型计算电阻作为频率特性已知的交流标准

电阻。虽然前者的电阻短期稳定性优于后者,但是相比商用交流标准电阻器还是要差至少 1 个数量级。因此,为减少两种计算电阻的线性漂移对实验的影响,对它们的交流电阻和直流电阻测量均采用了 A-B-A 的测量序列进行测量<sup>[16]</sup>,其实验方法如下所述。

1) 采用上文介绍的四端对交流电阻电桥,比较测量得到 400 Hz 的两种计算电阻的交流阻值相对差  $\delta R_{400}$ , 然后以  $\delta R_{400}$  为参考值,在 1~10 kHz 分别比较测量得到其交流电阻相对差:

$$\Delta R_f = \delta R_f - \delta R_{400} \Big|_{f=1\text{ kHz}, 1.6\text{ kHz}, 2\text{ kHz}, 4\text{ kHz}, 10\text{ kHz}} \quad (13)$$

$\Delta R_f$  以图 4 所示的 A-B-A 测量序列进行测量得到,其中 A 表示在 400 Hz 频率下进行测量,B 表示在其他某个频率点  $f$  的测量。

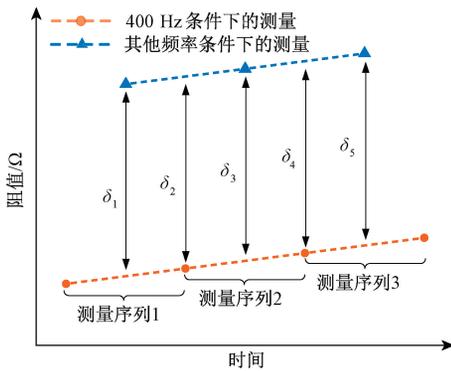


图 4 四端对同轴型计算电阻的频率特性测试方法

(x 轴和 y 轴为任意刻度)

Fig. 4 The approach for measuring the frequency dependence of the 4TP coaxial calculable resistor(x-and y-axes: arbitrary scale)

在实验中进行了 3 个连续的 A-B-A 序列测量来确定每个  $\Delta R_f$ , 除 400 Hz 以外的每个频率点均需进行以上 3 个测量序列的测试。在假定阻值均匀漂移的条件下,可从这些测量序列中计算出 5 个差值。其中,  $\delta_1$ ,  $\delta_3$  和  $\delta_5$  是利用其他频率点阻值减去相邻两次 400 Hz 条件下的平均值得到,同理  $\delta_2$  和  $\delta_4$  是对应相邻两个系列公用的 400 Hz 测量值。最后某个频率点  $f$  的  $\Delta R_f$  为上述 5 个差值的平均值。

2) 采用经我国直流量子化霍尔电阻基准校准的商用直流电流比较仪式电阻电桥比较测量得到两种计算电阻的直流阻值相对差  $\delta R_{DC}$ , 然后再采用四端对交流电阻电桥测量得到 400 Hz 时的交流电阻相对差  $\delta R_{400}$ 。与步骤 1) 中 A-B-A 方法类似,两种计算电阻在 400 Hz 的交流相对差可由式(14)得到:

$$\Delta R_{400} = \delta R_{400} - \delta R_{DC} \quad (14)$$

结合式(13)、(14)以及已知频率特性的商用 10 kΩ 四端对四回线型计算电阻,即可得到四端对同轴

型计算电阻从 400 Hz~10 kHz 的交直流相对差  $\Delta R/R$ 。

表 5 所示为采用两只商用 10 kΩ 四端对四回线型计算电阻(SN:NL\_1666 和 SN:NL\_1667) 分别作为频率特性已知的交流电阻标准时,对同一只 1 kΩ 四端对同轴型计算电阻进行直流和 400 Hz~10 kHz 量传得到的后者交直流相对差  $\Delta R/R$  的 5 次试验结果平均值及实验标准差(A 类)。表 5 中所示的两组实测数据具有很好的一致性且最大相差也在  $3 \times 10^{-8}$  以内。

表 5 四端对同轴型计算电阻的频率特性实验结果

Table 5 The experimental results of the frequency dependence for the 4TP coaxial calculable resistor

频率 /kHz	10 kΩ (SN:NL_1666)		10 kΩ (SN:NL_1667)	
	$\Delta R/R$	A 类	$\Delta R/R$	A 类
	( $\times 10^{-8}$ )			
0.4	2.3	2.2	1.4	1.7
1.0	0.6	1.4	0.3	0.4
1.6	-1.0	2.5	-0.4	1.6
2.0	4.0	2.3	3.2	2.5
4.0	2.6	3.7	2.6	2.0
10.0	8.9	2.3	11.5	1.6

由于受到直流电流比较仪式电阻电桥和四端对交流电阻电桥的测量不确定度限制,四端对同轴型计算电阻的频率特性在 4 kHz 及以下时的实测结果仅为  $10^{-8}$  量级;随着测试频率增至 10 kHz,四端对交流电阻电桥的测量不确定度进一步增大,从而导致频率特性的实测结果增大至  $1 \times 10^{-7}$  左右。

#### 4.2 交流电阻量传实验

以频率特性已知的四端对同轴型计算电阻为标准,采用上节所述方法以及同一套直流电流比较仪式电阻电桥和四端对交流电阻电桥,可实现对 100 Ω、1 kΩ 和 10 kΩ 商用交流标准电阻器频率特性的高准确测量,从而使后者可作为工作标准来开展检定校准。

本文采用目前应用最广泛的商用交流标准电阻器即日本 Alpha Electronics 生产的名义值为 100 Ω 的 USR 系列电阻(SN:16K0979)和名义值为 1 kΩ 的 HRU 系列电阻(SN:19L1140)、英国 Tinsley 生产的名义值 10 kΩ 的 5685 系列电阻(SN:279996)作为被测交流电阻,分别与四端对同轴型计算电阻比较测量,它们的频率特性实测结果如表 6 所示。

表 6 中 3 只商用交流标准电阻在 1.6 kHz 及以下的交直流相对差均低于  $1 \times 10^{-6}$ 。表 7 则分别给出了采用四端对同轴型计算电阻对 100 Ω、1 kΩ、10 kΩ 交流标准电

阻器进行 400 Hz ~ 10 kHz 量传的标准测量不确定度评估。

表 6 商用交流标准电阻器的频率特性测试结果

Table 6 The experimental results of the frequency dependence for the commercial ac standard resistors

频率 /kHz	100 $\Omega$		1 k $\Omega$		10 k $\Omega$	
	(SN:16K0979)		(SN:19L1140)		(SN:279996)	
	$\Delta R/R$ ( $\times 10^{-8}$ )	A 类 ( $\times 10^{-8}$ )	$\Delta R/R$ ( $\times 10^{-8}$ )	A 类 ( $\times 10^{-8}$ )	$\Delta R/R$ ( $\times 10^{-8}$ )	A 类 ( $\times 10^{-8}$ )
0.4	-12.5	1.2	4.7	0.3	10.4	1.5
1.0	-9.2	1.7	42.2	2.0	22.1	2.0
1.6	-1.0	1.6	93.4	1.8	42.3	2.1
2.0	0.9	1.3	127.4	2.7	65.2	2.6
4.0	36.3	4.9	310.8	4.4	210.7	10.2
10.0	527.0	11.2	1 081.0	11.1	1 142.0	21.2

表 7 四端对同轴型计算电阻量传交流标准电阻器频率特性的标准测量不确定度评估表

Table 7 The standard measurement uncertainty of the frequency dependence for ac standard resistors from 4TP coaxial calculable resistor

频率 /kHz	标准测量不确定度 $u_{rel}(\times 10^{-7})$		
	100 $\Omega$	1 k $\Omega$	10 k $\Omega$
0.4	2.3	0.9	2.8
1.0	2.4	0.8	3.0
1.6	2.5	0.9	3.3
2.0	2.8	1.2	3.4
4.0	5.5	3.8	5.1
10.0	31.1	23.0	31.3

表 7 中可看出,采用四端对同轴型计算电阻量传交流标准电阻器的最佳测量能力为在 1 kHz 时量传 1 k $\Omega$  时的  $8 \times 10^{-8}$ 。

## 5 结 论

本文针对回线型和双螺旋型计算电阻的热电效应误差及非金属支架介质损耗导致其频率特性变差的问题,提出了一种结构简单的四端对同轴计算电阻设计方案。通过理论公式得到引起其交直流差的各种主要影响因素计算值,同时再使用三维电磁场有限元仿真软件对其进

行数学建模得到仿真值,最后基于上述结果研制出名义值为 1 k $\Omega$  的四端对同轴型计算电阻实物。本文通过研制的宽频四端对交流电阻电桥,比较测量频率特性已知的商用 10 k $\Omega$  四回线型计算电阻和四端对同轴型计算电阻,实现了对后者频率特性的实验验证。另外,本文以四端对同轴型计算电阻为标准,采用同一套宽频交流电阻电桥和直流电流比较仪式电阻电桥,可实现对 100  $\Omega$ 、1 k $\Omega$  和 10 k $\Omega$  的商用交流标准电阻器在 400 Hz ~ 10 kHz 的高准确量传。

## 致 谢

本文对国际计量局的 Pierre Gournay 和 Benjamin Rolland 对四端对同轴型计算电阻的研制所提供的极有价值的建议和重要的帮助表示感谢。

## 参考文献

- [1] 张钟华. 量子计量基准的现状[J]. 仪器仪表学报, 2011,32(1):1-5.  
ZHANG ZH H. The current state of quantum metrology benchmarks [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011,32(1):1-5.
- [2] 黄璐,张钟华,赵伟. 交流电阻标准研究进展[J]. 电测与仪表,2004,41(6):1-4.  
HUANG L, ZHANG ZH H, ZHAO W. The development of AC resistance standard investigation [J]. Electrical Measurement and Instrumentation, 2004,41(6):1-4.
- [3] GIBBINGS D L. A design for resistors of calculable AC/DC resistance ratio[J]. Proc. IEE, 1963, 110(2): 335-347.
- [4] HADDAD R J. A resistor calculable from DC to  $\omega = 105$  rad/s[J]. George Washington Univ. Sch. Eng. Appl. Sci., DC, 1969.
- [5] SEMYONOV Y P, KLEBANOV I, LEE R D, et al. Bifilar AC-DC resistor using a microwire [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 1997, 46(2): 333-336.
- [6] BOHACEK J, WOOD B M. Octofilar resistors with calculable frequency dependence[J]. Metrologia, 2001, 38(3):241-247.
- [7] 李正坤,贺青,黄璐,等. 一种新型的交直流差可计算电阻(英文)[J]. 计量学报, 2008(1): 5-9.  
LI ZH K, HE Q, HUANG L, et al. A new type of AC-DC difference calculable resistance (English) [J]. Acta Metrologica Sinica, 2008(1): 5-9.
- [8] AWAN S, KIBBLE B, SCHURR J, et al. Coaxial

- electrical circuits for interference-free measurements[M]. IET, 2011.
- [9] 杨雁,黄璐,王维,等. NIM 新一代二端对电容电桥装置[J]. 计量学报,2020,41(3):284-289.  
YANG Y, HUANG L, WANG W, et al. NIM new generation two-terminal-pair capacitor bridge device[J]. Acta Metrologica Sinica, 2020,41(3):284-289.
- [10] 周天地,贾正森,杨雁,等. 基于 PJVS 的交流量子电压比例研究[J]. 仪器仪表学报,2020,41(2):85-92.  
ZHOU T D, JIA ZH S, YANG Y, et al. Research on AC quantum voltage ratio based on PJVS [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020,41(2):85-92.
- [11] ZHAO J T, YANG Y, LU Y F, et al. An improved bootstrap method for the calibration of inductive voltage dividers [C]. CPEM 2012 Conf. Digest, 2012: 722-723.
- [12] CUTKOSKY R D. Four-terminal-pair networks as precision admittance and impedance standards [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1964, 70: 19-22.
- [13] 王云静,王玉田,曲正伟. 四端对双螺线计算电阻及其量值传递装置研究[J]. 仪器仪表学报,2015,36(8): 1871-1876.  
WANG Y J, WANG Y T, QU ZH W. Study on four-terminal-pair bifilar helix calculable resistor and its quantity value transfer equipment[J]. Chinese Journal of Scientific Instruments, 2015,36(8):1871-1876.
- [14] VOLTMER D. Fundamentals of electromagnetics 1: Internal behavior of lumped elements [J]. Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics, 2007, 2(1): 1-217.
- [15] GROVER F W. Inductance calculations: Working formulas and tables[M]. Courier Corporation, 2004.
- [16] MORENO J A, GOURNAY P, ROLLAND B, et al. Characterization of the frequency dependence of the AC resistors used in the quadrature Bridge of the BIPM[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 1-5.

### 作者简介



白天,2019年于河北大学获得学士学位,现为燕山大学与中国计量科学研究院联合培养硕士研究生,主要研究方向为精密电磁测量。

E-mail: bt15075826818@163.com

**Bai Tian** received his B. Sc. degree from Hebei University in 2019. He is currently a master candidate of the joint training program of Yanshan University and National Institute of Metrology, China. His main research interest is precision electromagnetic measurement.



黄璐(通信作者),2001年于西安交通大学获得学士学位,分别在2004年和2007年于清华大学获得硕士学位和博士学位,现为中国计量科学研究院副研究员,主要研究方向为交流阻抗基标准、精密电磁测量。

E-mail: huanglu@nim.ac.cn

**Huang Lu** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Xi'an Jiaotong University in 2001, and received his M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Tsinghua University in 2004 and 2007, respectively. He is currently an associate researcher at the National Institute of Metrology, China. His main research interests include AC impedance standards, and precision electromagnetic measurement.