

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107367

# 梯度引导电学成像自适应网格生成方法\*

王 语,任尚杰,董 峰

(天津大学电气自动化与信息工程学院 天津 300072)

**摘 要:**电学层析成像是一种观测场域内电导率分布的无损检测技术。有限元法是求解电学层析成像问题的常用方法。其作为线性化的近似方法,剖分单元的大小会影响有限元法求解的精度。更密的尺寸可以提高重建图像的空间分辨率,但会增加计算成本,同时未知量个数的增加会加剧逆问题的欠定性。针对上述问题,提出一种基于图像梯度的自适应网格生成方法。根据初始重建图像的梯度,自适应地提高内含物区域的网格密度,降低其他区域的网格密度,并对场域边界进行精确拟合来优化被测场域的网格剖分。通过仿真与实验研究对比分析了所提方法与常用网格剖分方法。结果表明,所提方法的重建结果图像误差平均降低 15%,相关系数平均提高 7%,因此所提方法在不显著增加或减少网格数的情况下,可以有效提高内含物的重建精度和图像重建质量。

**关键词:**电学层析成像;自适应网格生成;多边形网格剖分;图像梯度;图像重建

**中图分类号:** TP23 TH86 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8040

## Gradient guided adaptive mesh generation for image reconstruction of electrical tomography

Wang Yu, Ren Shangjie, Dong Feng

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Electrical tomography is a kind of non-destructive testing technique to image the conductivity distribution within the observation domain. The finite element method is commonly used to solve the inverse problem. The size of the mesh elements can affect the accuracy of the approximation method. The finer size is usually utilized to improve the spatial resolution of the reconstructed image. However, the computational cost will be increased, which makes the inverse problem more underdetermined since the number of unknowns is increased. To address this issue, an adaptive mesh generation method based on the image gradient is proposed to optimize mesh generation to improve the reconstructed accuracy on the premise of not significantly increasing ill-condition. According to the gradient of the initial reconstructed image, the proposed method optimizes the subdivision of the observation field by adaptively improving the mesh density of the inclusion region and reducing the mesh density of other regions. The commonly used mesh generation methods are used to compare with the proposed method. Simulation and experiments show that the reconstructed image error is reduced by 15% on average and the correlation coefficient is increased by 7% on average. Results show that the proposed mesh generation method can improve the reconstruction accuracy of inclusions and the image reconstruction quality, and reduce the calculation error without increasing the number of grids.

**Keywords:** electrical tomography; adaptive mesh generation; polygon meshing; image gradient; image reconstruction

## 0 引 言

电学层析成像,包括:电阻抗层析成像 (electrical

impedance tomography, EIT)、电容层析成像 (electrical capacitance tomography, ECT)等,是一种获取被测场域内部特征的非侵入性成像方法<sup>[1]</sup>。与计算机断层成像 (computerized tomography, CT)和磁共振成像 (magnetic

resonance imaging, MRI)等其他层析成像技术相比,ET具有无辐射、低成本和高时间分辨率的优点。可应用于多相流监测<sup>[2]</sup>、地质勘探<sup>[3]</sup>、医学成像<sup>[4]</sup>、结构损伤检测<sup>[5]</sup>等领域。ET通过放置在观测域边界上的电极阵列实现电压测量。由于边界电压测量值的变化反映了被测场域内的电参数分布的变化,因此可以通过边界电压测量值,采用图像重建算法重建被测场域内的电参数分布。

对于ET技术的研究主要包含对正问题和逆问题的求解。在正问题中,电压测量值依据被测场域内的电参数分布,由麦克斯韦方程组导出。然而电压测量值与电参数分布之间存在复杂的非线性关系,难以解析求解<sup>[6]</sup>。因此,正问题通常采用数值求解,例如有限差分法、边界元法<sup>[7]</sup>、有限元方法(finite element method, FEM)<sup>[8-9]</sup>等。有限元法将成像区域划分为离散单元,并假设每个小单元内的电参数分布定常,进而近似二维空间内的电参数分布函数,具有适用范围广、计算效率高、准确可靠等优点,是正问题求解最常用的方法之一。基于有限元法的逆问题即是通过一定的图像重建方法,由边界电压数据通过数值地计算离散有限元单元的电参数值,得到电参数分布图像。

由于ET的逆问题具有非线性和病态性<sup>[10]</sup>,因此采用有限元法的优化方法求解逆问题不可避免地会引入计算误差。网格剖分单元的大小会影响近似方法的精度。更细的网格尺寸通常会提高重建图像的空间分辨率,从而提高重建算法的精度,但会增加计算成本及未知量个数,加剧逆问题的欠定性<sup>[11]</sup>。在基于线性化求解逆问题的方法中,一种常用的网格剖分方法是使用均匀大小的正方形网格均匀填充被测场域。然而,传统的均匀网格生成方法由于网格在整个场域内均匀分布,因而无法对离散分布的内含物区域分配更高的计算资源,同时均匀的方形网格生成方法不能很好地拟合区域边界。为了解决这一问题,一些研究学者在重建过程中提出了一些自适应网格优化策略。例如,Wang等<sup>[12]</sup>提出了一种基于总变差的自适应网格细化方法。该方法通过计算TV正则化过程中灰度矩阵梯度的差值,对介质阻抗变化较大的区域进行细分。Teniou等<sup>[13]</sup>提出了一种网络优化算法,该算法通过细化感兴趣区域内的有限元网格的边界来提升区域内的网格密度。Leng等<sup>[14]</sup>推导了积分控制约束的自适应有限元方法以提升其网格优化的收敛速度。Jin等<sup>[15]</sup>提出了一种基于Modica-Mortola惩罚函数和自适应细分网格的EIT图像重建方法。

现有研究主要集中在网格细化方法的优化,在现有网格的基础上通过加密感兴趣区域内的网格密度来提升重建精度,而这类网格细化方法会导致未知参数的增加从而加剧逆问题的欠定性。针对该问题,以EIT图像重建问题为例,提出一种新的自适应网格生成方法。该方

法根据初始重建图像的梯度自适应地提高包含区域的网格密度,降低其他区域的网格密度,从而在不显著增加未知参数的情况下,优化被测场域的整体剖分。该方法采用填充圆生成多边形网格,可以更好的对场域边界进行逼近。为测试所提网格优化方法的性能,进行了仿真分析和实验研究,并与常用的网格划分方法进行对比,并对不同图像重建算法下的成像结果进行了定量分析。

## 1 电阻抗层析成像

### 1.1 测量原理

EIT的测量原理是根据目标场中电导率变化会引起边界电压变化的现象,通过获取边界电压测量值重建场域内电导率分布。通过安装在被测场域外围的电极阵列,在一定的激励测量模式下,获得反映被测场域内电导率分布的边界电压响应,通过图像重建算法计算出目标场域内的电导率分布。

在低频条件下,EIT被测场域内可视为似稳电流场。电势函数 $\varphi(x)$ 和电导率分布函数 $\sigma(x)$ 满足Laplace方程:

$$\nabla \cdot [\sigma(x) \nabla \varphi(x)] = 0, \quad x \in \Omega \quad (1)$$

对于包含 $L$ 个电极的EIT测量系统,边界 $\Gamma$ 上的电势分布满足全电极模型(complete electrode model, CEM)<sup>[16]</sup>:

$$\sigma(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial n} = 0, \quad x \in \Gamma \setminus \bigcup_{i=1}^L E_i \quad (2)$$

$$\varphi(x) + \rho_l \sigma(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial n} = U_l, \quad x \in E_l, l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$\int_{E_l} \sigma(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial n} ds = I_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^L I_i = 0, \quad \sum_{i=1}^L U_i = 0 \quad (5)$$

其中, $\Gamma$ 是被测场域 $\Omega$ 的边界, $n$ 是边界 $\Gamma$ 的外法向向量, $E_l$ 是被电极 $l$ 覆盖的边界, $\rho_l$ 是电极 $l$ 与内部介质间的接触阻抗, $U_l$ 是电极 $l$ 上的电压, $I_l$ 是由电极 $l$ 注入场域 $\Omega$ 的电流。

Sheffield相邻电流激励和相邻电压测量模式是EIT中常见的数据采集模式之一,如图1所示。单次激励中一个相邻的电极对注入大小相等方向相反的电流激励,并不涉及驱动电极的其他相邻电极对之间进行电压测量。依次激励剩余电极对,直到所有的电极对都被激励。由 $L$ 个电极组成的EIT系统共可获得 $L \times (L-3)$ 个电压测量数据。

对于EIT问题的研究主要包括正、逆问题的求解。正问题是根据给定的电导率分布计算边界电压数据。它

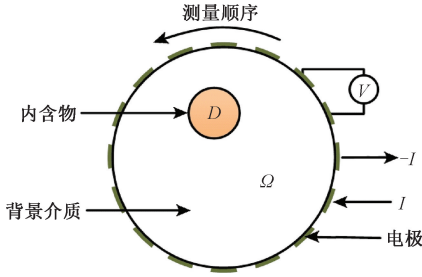


图1 EIT 仿真模型

Fig.1 EIT simulation model

是一个混合边界条件的拉普拉斯边值问题,可以用边界元法<sup>[8]</sup>和有限元法<sup>[9]</sup>等数值方法进行求解。在本研究中,采用基于边界元的EIDORS<sup>[17]</sup>来求解正问题。

## 1.2 EIT 逆问题

EIT的逆问题是从边界电压数据中计算电导率分布。它是非线性的和不适定的。根据泰勒展开公式,内部电导率分布 $\sigma$ 与测量的边界电压 $U$ 之间的关系可以近似为

$$U(\sigma) - U(\sigma + \delta\sigma) = S(\sigma)\delta\sigma + e \quad (6)$$

其中, $\sigma$ 是被测场域的背景介质电导率, $e$ 测量噪声。式(6)可以线性化表示为<sup>[18]</sup>:

$$V \approx Sg + e \quad (7)$$

其中, $V$ 为规范化后的边界电压测量值, $g$ 是 $\delta\sigma$ 的离散化近似。 $S$ 为有限单元内测量的边界电压的变化与电导率之间的比率<sup>[19]</sup>:

$$S_{i,j} = \frac{\delta V_i}{\delta \sigma_j} \quad (8)$$

其中, $S_{i,j}$ 表示灵敏度系数, $\delta\sigma_j$ 表示第 $j$ 个有限元中电导率的变化, $\delta V_i$ 表示第 $i$ 个激励和测量序列中被测边界电压的变化。

正则化方法是计算逆问题的常用方法之一,其最小化目标函数通常为:

$$\|Sg - V\|_2^2 + \lambda G(g) \quad (9)$$

其中, $\lambda$ 为正则化参数。在本研究中正则化参数 $\lambda$ 的选取主要基于经验法选取。 $G(g)$ 为惩罚项函数。对于不同的正则化方法,惩罚项有不同的形式。

对于L2正则化, $G(g)$ 具有 $\|\cdot\|_2$ 的形式,因此这类方法的解都趋于平滑。其中,Tikhonov正则化<sup>[20]</sup>作为一种特殊的L2正则化方法,其惩罚项形式为 $\|Ig\|_2$ ,其中 $I$ 为单位对角阵,其解的形式为:

$$g = (S^T S + \lambda I)^{-1} S V \quad (10)$$

牛顿一步迭代法(NOSER)<sup>[21]</sup>是是基于修正的Newton-Raphson算法提出的正则化方法,其假设如果Newton-Raphson算法中设定的初始电导率分布足够接近

真实分布,迭代次数会大大减少,甚至只需要在设定的初始值的基础上迭代一步就可以得到真实分布的近似值,从而有效地提高了算法的实时性。令 $H$ 表征由矩阵 $S^T S$ 主对角元素所组成的对角矩阵,则NOSER算法解的形式为:

$$g = (S^T S + \lambda H)^{-1} S V \quad (11)$$

对于L1正则化, $G(g)$ 形式为 $\|g\|_1$ ,从而解偏向于稀疏。由于L1正则化最小平方规划问题是不可微的凸函数,没有解析解,因此其最小化目标函数通常转换为如下凸二次问题<sup>[22]</sup>:

$$\begin{cases} \operatorname{argmin} (\|Sg - V\|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^n u_i) \\ \text{s. t. } -u_i \leq x_i \leq u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (12)$$

其中,变量 $u \in R^n$ 。上式可由多种方法进行求解,常采用内点法<sup>[23]</sup>对L1正则化最小优化问题进行求解。

## 2 基于图像梯度的自适应网格生成

### 2.1 自适应网格生成方法

针对现有研究中的不足,提出了一种基于图像梯度的自适应网格生成方法。第1步依据图像梯度在场域内构建填充圆堆图(circle packing),填充不同尺寸、相互之间无覆盖的圆,并保证每个圆内的梯度近似相等;第2步是在此基础上应用沃罗诺伊多边形镶嵌法则<sup>[24]</sup>(Voronoi tessellation)对场域进行多边形网格剖分,从而得到优化设计的多边形网格。具体步骤如下:

1)对原始成像结果进行插值,并计算图像梯度,选取插值点 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ 作为填充圆的备选圆心。

2)从 $P$ 中选取一点作为初始填充圆的圆心 $C_1$ ,并设定合适的半径 $R_1$ ,计算此圆区域内的梯度和 $G_{R_1}$ ,使得其余填充圆内的梯度和与此初始填充圆的梯度和 $G_{R_1}$ 近似相等,将此填充圆 $B_{R_1}$ 添加到可行填充圆集合 $Q$ 内。

3)依次选取 $P$ 中其余的点 $P_n$ ,计算以此点为圆心 $C_n$ ,梯度和 $G_{R_n}$ 与初始填充圆梯度和 $G_{R_1}$ 相同的圆的半径 $R_n$ 。如果该圆 $B_{R_n}$ 不和之前的所有可行填充圆相交,那么将此圆添加到可行填充圆集合内;如果该圆和之前的可行填充圆相交,那么舍弃 $P_n$ ,继续选取 $P$ 中下一个点进行计算。

4)当对 $P$ 中所有点遍历计算完成后,可得到 $M$ 个可行填充圆,其圆心构成的集合为 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_M\}$ ,半径构成的集合为 $R = \{R_1, R_2, \dots, R_M\}$ 。

5)采用最大圆填充的模式,对每个填充圆的半径进行调整,生成新的半径集合 $N_R = \{N_{R_1}, N_{R_2}, \dots, N_{R_M}\}$ ,之后采用碰撞模型进行填充圆圆位置的调整,生成新的圆心点集合 $N_C = \{N_{C_1}, N_{C_2}, \dots, N_{C_M}\}$ 。

6) 应用沃罗诺伊多边形镶嵌法则对场域进行网格剖分, 得到优化后的多边形网格。

以上设计步骤以伪代码的形式表示如算法 1 所示。为了避免各个填充圆之间出现较大的间隙, 遍历  $P$  中的点应按照每个点到边界的距离从大到小的顺序进行遍历。初始填充半径的选择直接影响自适应网格生成的整体密度。因此, 填充圆的初始半径的选择非常重要, 需要进行调整。在仿真研究中, 观测域为半径为 1 的圆域。因此, 初始填充半径设置为 0.02。同时将所有填充圆的最小半径设置为 0.015, 以避免在梯度较大的地方出现极小的填充圆。

#### 算法 1: 自适应多边形网格生成

输入: 初始图像像素值  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_T\}$  和对应的像素点坐标  $O = \{O_1, O_2, \dots, O_T\}$

1): 预处理

根据  $X$  和  $O$  对初始图像进行插值, 计算图像梯度。得到点集  $P$  以及对应的梯度集  $G_R$

2): 初始圆堆图填充

从  $P$  中选取初始点  $P_1$

确定  $R_1, G_{R_1}$ , 令  $C = \{C_1\}, R = \{R_1\}, Q = B_{R_1}$

for  $n = 1 \rightarrow N$

从  $P$  中顺序选取点  $P_n$

线性搜索  $R_n$ , 使得  $G_{R_n} = G_{R_1}$

if  $\{B_{R_n}\} \cap Q = \emptyset$  then

$Q = Q \cup \{B_{R_n}\}, C = C \cup \{C_n\}, R = R \cup \{R_n\}$

end if

end for

3): 圆堆图优化

应用最大圆填充模式, 更新  $R$ , 得到  $N_R$

应用碰撞模型, 更新  $C$ , 得到  $N_C$

4): 多边形网格生成

应用沃罗诺伊镶嵌法则得到多边形网格  $Mesh$

输出: 网格中心点  $N_C$  以及填充圆半径  $N_R$ , 优化后的多边形网格  $Mesh$

#### 2.2 基于多边形自适应网格的图像重建算法

基于图像梯度指导的多边形自适应网格生成及其图像重建流程如图 2 所示。该方法根据初始图像, 对图像进行预处理后计算图像梯度。按照算法 1 的步骤, 将初始填充圆填充到测量圆域中。初始圆堆图中密集的中心深色点为填充圆的备选中心。从初始填充结果可以看出, 圆形半径的变化更能拟合图像的梯度分布。但是, 有些填充圆之间存在较大的间隙。为使网格生成更加均匀, 基于最大圆填充模式和弹簧-阻尼-质量模型对填充

圆半径和位置进行优化。之后, 应用沃罗诺伊镶嵌法则生成自适应多边形网格, 并受圆形边界的限制。依据多边形网格更新灵敏度矩阵, 随后应用不同的图像重建算法对场域内电导率分布进行图像重建。

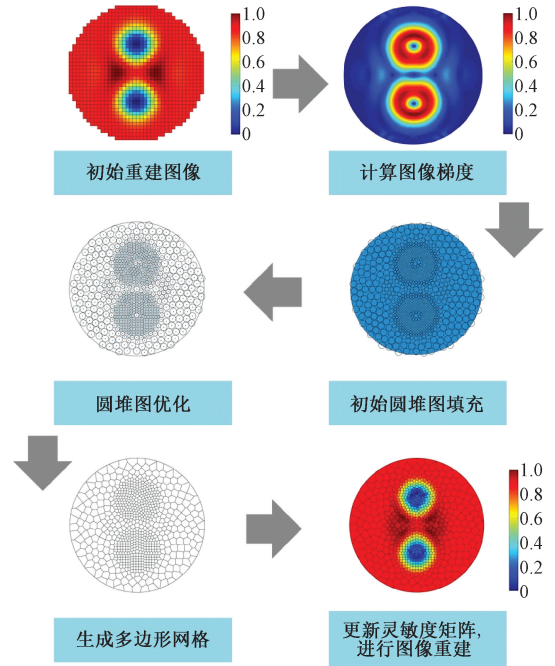


图 2 自适应网格生成及图像重建流程

Fig. 2 Flowchart of adaptive mesh generation and image reconstruction

### 3 仿真与结果分析

#### 3.1 仿真设置

在仿真研究中, 观测场设为半径为 1 的圆域。16 个电极均匀分布在圆域边界上。电极占空比设置为 50%。背景电导率设为 1 S/m, 导电内含物电导率设为 10 S/m, 非导电内含物电导率设为 0.1 S/m。正问题采用基于边界元的 EIDORS 软件包进行求解。在求解逆问题的过程中, 对自适应网格生成方法进行了仿真分析, 并与常用的均匀网格生成方法进行了比较。同时对 3 种不同的算法下所提方法的结果进行了仿真对比, 并采用如下的定量指标进行相应的定量分析。

1) 图像相对误差 (relative image error, RE): 相对图像误差测量重建图像和真实分布之间的相对误差。RE 的定义由文献[25]给出。

2) 相关系数 (correlation coefficient, CC): 相关系数衡量了重建图像与真实电导率分布之间的相似性。CC 的定义由文献[25]给出。对于较好的重建结果来说, RE 应相对较低, CC 应相对较高。

### 3.2 仿真结果

仿真测试分布如图 3(a) 所示。在  $[0 \ 0.6]$  位置放置边长为 0.4 的导电三角形内含物,在  $[0.5 \ -0.3]$  位置和  $[-0.5 \ -0.3]$  位置放置半径为 0.2 的不导电圆形内含物。图 3(b) 显示了均匀网格配置以及所测分布在均匀网格中的理想真实分布。

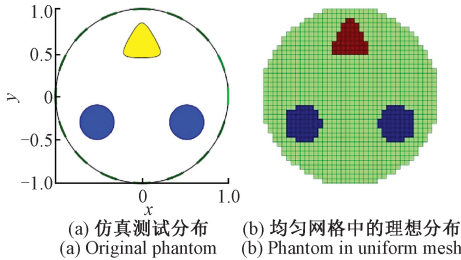


图 3 传感器设置及被测仿真分布  
Fig. 3 Configuration of the sensor and phantoms

图 4 为根据图像梯度生成的自适应多边形网格及不同网格下不同图像重建算法的重建结果。图 4(a) 是由 Tikhonov<sup>[20]</sup>、NOSER<sup>[21]</sup> 和 L1 正则化算法<sup>[23]</sup> 求解的均匀网格重建结果。图 4(b) 为依据初始成像结果生成的自适应多边形网格。图 4(c) 为基于自适应网格的图像重建结果。表 1 显示了不同网格细分方法下的网格元素总数。可以看出,自适应多边形网格划分方法并没有增加网格的数量。在 Tikhonov 算法下,自适应多边形网格的数量小于均匀网格。因此,该方法既能实现带内含物区域的精细剖分,又能实现不含内含物区域的粗剖分,且不会增加网格数量。同时,与均匀方形网格相比,自适应多边形网格生成方法能够更好地拟合观测场的边界。

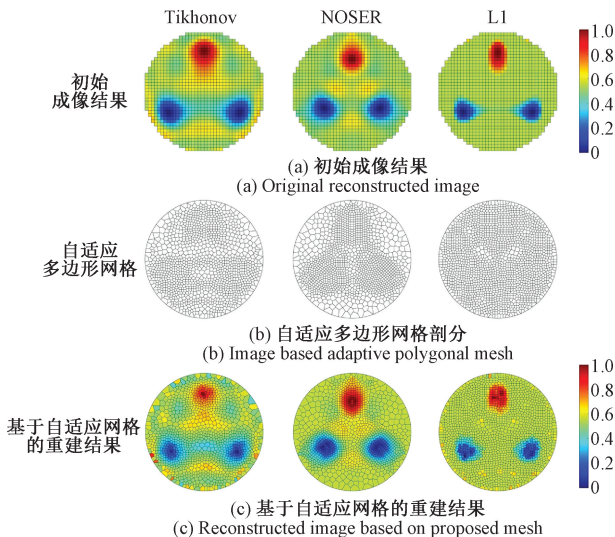


图 4 不同网格下 3 种重建算法的重建结果

Fig. 4 Reconstruction of three algorithms under different mesh generation methods

表 1 不同细分方法的网格元素总数

Table 1 Total number of mesh elements from different subdivision methods

方法	均匀方形网格	自适应多边形网格		
		Tikhonov	NOSER	L1
网格总数	1 168	1 071	1 177	1 318

从重建结果来看,由于所提方法对内含物区域的网格划分更加密集,因此基于所提方法的成像结果对重建结果中的内含物边界的识别更加准确,特别是在 NOSER 和 L1 算法下。然而,在 Tikhonov 算法下所提方法的结果与均匀网格的结果相比并没有明显的改善。同时,对于三角形内含物的重建,所有的结果都不能很好地区分形状。

图 5 为不同网格生成方法和重建算法的重建结果的定量分析。定量指标结果与成像结果趋势基本一致。在 NOSER 和 L1 算法下,所提的网格生成方法可以明显降低相对图像误差,但 CC 的改善并不明显。结果表明,与均匀网格划分方法相比,该网格划分方法在不增加网格数目的情况下,提高了内含物的重建精度和图像重建质量,减少了图像误差。在 NOSER 和 L1 算法下,所提自适应网格生成方法对重建图像的结果有较明显的改进。

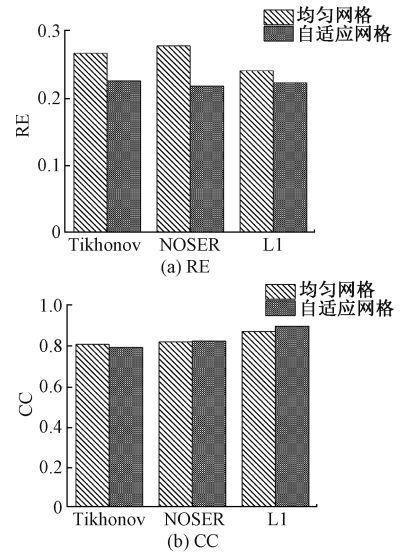


图 5 仿真分布的不同重建结果的定量指标

Fig. 5 Quantitative indexes of different reconstructions of simulation phantom

## 4 实验验证及结果分析

### 4.1 实验设置

采用实验设计验证所提方法的有效性,实验系统由传感器阵列和数据采集系统组成,如图 6 所示。数据采

集系统采用天津大学研发的基于 CPCI 总线的 16 路并行 EIT 系统。数据采集速度为 1 000 幅/s,系统信噪比为 45 dB<sup>[26]</sup>。传感器场域半径为 62.5 mm,背景介质选用 Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 溶液,电导率为 6.22×10<sup>-2</sup> S/m。实验过程中,选取铝棒模拟导电内含物,木棒模拟不导电内含物。

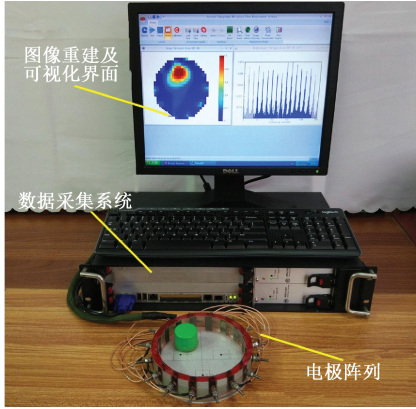


图 6 传感器及数据采集系统

Fig. 6 Sensor and data collection system

#### 4.2 实验结果分析

实验对比了 3 种不同的双内含物分布,根据仿真结果,选取 NOSER 算法作为重建算法进行图像重建。分别对比了不同剖分类型网格下的重建结果,如图 7 所示。其中,两种三角形网格均采用 EIDORS 工具箱中的 NETGEN 软件包生成<sup>[17]</sup>。N1 为非均匀的三角形网格,N2 为均匀的三角形网格。不同分布下不同细分方法的网格总数如表 2 所示,可以看出所提自适应网格生成方法相较于均匀方形网格,可以在不显著增加网格数量的前提下,提升对内含物区域的精密剖分,以及实现对被测区域边界的精确拟合。对比不同分布下,均匀网格和自适应网格的重建结果可以看出,在实验条件下,所提方法也可以提高算法的重建精度。对比三角形网格的重建结果可以看出,在网格数量相似的情况下,三角形网格很难对内含物的边界轮廓实现清晰准确地重建,其重建结果边界轮廓差异较大,形状误差较大,且图像伪影较为严重。相较于三角形网格,所提方法一方面采用多边形网格,可以对内含物边界实现较为光滑的重建,同时可以在显著减少网格剖分数量的情况下,实现更高精度的图像重建。由于在内含物区域的网格更为密集,无论是对于高电导率内含物(E1),低电导率内含物(E2),以及混合电导率内含物(E3),所提方法的有助于提升算法对于内含物边界的重建精度。同时对于分布 E2,在网格数显著减少的情况下,所提方法生成的自适应多边形网格也可以实现在 NOSER 算法下的高精度重建,说明所提方法具有在显著减少网格总数的情况下,实现高精度的图像重

建的潜力。但是由于 NOSER 算法的局限性,重建结果过于光滑,两种网格下对于具有尖锐边界的形状如三角形、正方形等的识别都相对较差,但是相较于均匀网格和三角形网格,所提自适应多边形网格可以有助于提升算法对于不同形状的认识能力。

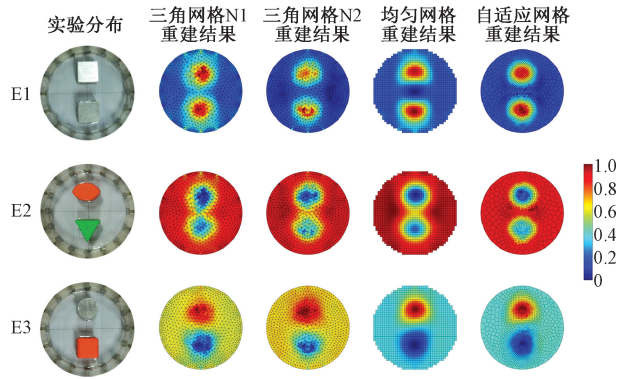


图 7 不同网格下的实验重建结果对比

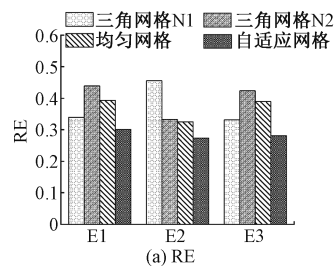
Fig. 7 Comparison of experimental reconstruction results under different kinds of mesh

表 2 实验分布下不同细分方法的网格元素总数

Table 2 Total number of mesh elements from different subdivision methods in experimental test

方法	三角形网格		均匀方形	自适应多边形网格		
	N1	N2	网格	E1	E2	E3
网格总数	1 498	1 412	1 168	1 201	849	1 152

对于实验分布重建结果的定量指标分析如图 8 所示。可以看出在 3 种分布下,所提自适应多边形网格均有较好的重建结果,相较于均匀网格和两种三角形网格,所提出的网格生成方法可以明显降低 RE,相较于三角形网格而言,所提出的网格生成方法可以有效提升 CC。从实验结果及定量分析中可以看出,与三角形网格和均匀网格划分方法相比,所提自适应多边形网格划分方法在不增加网格数目的情况下,提高了内含物的重建精度和图像重建质量,减少了计算误差。同时具有在显著减少网格总数的情况下,实现高精度的图像重建的潜力。



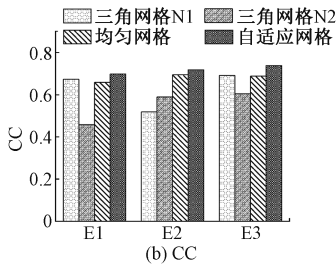


图8 实验分布下的不同重建结果的定量指标

Fig. 8 Quantitative indexes of different reconstructions in experimental distribution

## 5 结 论

为提升 EIT 图像重建精度,从 EIT 逆问题网格生成方法的角度,提出了一种基于图像梯度的 EIT 自适应多边形网格生成方法,用于优化逆问题重建过程中的网格生成。该方法基于对含有内含物的观测子区域进行精细网格剖分,对无内含物的观测子区域进行粗网格剖分的思想,实现对观测场域的自适应剖分,同时可以对被测场域边界进行精确的拟合。所提方法根据初步成像结果确定内含物区域,根据图像梯度指导多边形网格生成。在不显著增加未知量个数的前提下提升对内含物区域的重建精度。通过仿真分析和实验分析对比了不同网格划分方法与所提自适应网格生成方法。仿真分析中比较了 3 种不同的图像重建算法。仿真结果表明,所提出的基于图像梯度的 EIT 自适应网格划分方法可以提高内含物的重建精度和图像重建质量,并在一定程度上降低计算误差。在 NOSER 和 L1 算法下,该方法有比较明显的改进。实验分析了在 NOSER 算法下,所提方法对不同形状和电导率差异的分布的重建结果,定性和定量结果表明,相较于三角形网格划分以及均匀方形网格划分,所提方法在内含物边界及形状的重建上有所提升,可以有效减少内含物重建的形变误差以及图像的相对误差。同时具有在显著减少网格总数的情况下,实现高精度的图像重建的潜力。未来工作主要集中在提升自适应网格剖分及灵敏度矩阵计算的计算效率,并尝试研究基于多边形网格的总变差正则化方法,以进一步提高重建速度和精度。

## 参考文献

- [ 1 ] HOLDER D S. Electrical impedance tomography: Methods history and applications [M]. CRC Press, 2004.
- [ 2 ] YAO J F, TAKEI M. Application of process tomography to multiphase flow measurement in industrial and biomedical fields: A review[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(24): 8196-8250.
- [ 3 ] BELLANOVA J, CALAMITA G, GILCOLI A, et al. Electrical resistivity imaging for the characterization of the Montaguto landslide (southern Italy) [J]. Engineering Geology, 2018, 243: 272-281.
- [ 4 ] 陈瑞娟, 吴伟巍, 李芳, 等. 基于结构先验信息的磁探测电阻抗成像算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 196-204.  
CHEN R J, WU W W, LI F, et al. Research on magnetic detection electrical impedance tomography based on structural prior information [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 196-204.
- [ 5 ] THOMAS A J, KIM J J, TALLMAN T N, et al. Damage detection in self-sensing composite tubes via electrical impedance tomography [J]. Composites Part B: Engineering, 2019, 177: 107276.
- [ 6 ] 李英, 黄志尧, 冀海峰, 等. 两相流参数测量 ERT 图像重建算法的研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2003, 37(4): 382-385.  
LI Y, HUANG ZH Y, YI H F, et al. Study on image reconstruction algorithm of electrical resistance tomography for two-phase flow measurement[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2003, 37(4): 382-385.
- [ 7 ] REN S J, SOLEIMANI M, XU Y Y, et al. Inclusion boundary reconstruction and sensitivity analysis in electrical impedance tomography [J]. Inverse Problems in Science & Engineering, 2018, 26(7): 1037-1061.
- [ 8 ] WOO E J, HUA P, WEBSTER J G, et al. Finite-element method in electrical impedance tomography [J]. Medical & Biological Engineering & Computing, 1994, 32(5): 530-536.
- [ 9 ] 李秀艳, 马会梅, 王琦, 等. 基于轮廓形状的肺部电

- 阻抗成像三维插值方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(10): 89-97.
- LI X Y, MA H M, WANG Q, et al. Three dimensional interpolation method of pulmonary electrical impedance tomography based on contour shape [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(10): 89-97.
- [10] 黄志尧, 晏颖, 王保良, 等. 电阻层析成像传感器软场特性分析[J]. 仪器仪表学报, 2001, 22(6): 573-576.
- HUANG ZH Y, YAN Y, WANG B L, et al. Analysis of soft field in electrical resistance tomography sensors[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2001, 22(6): 573-576.
- [11] RIEDER A, WINKLER R. Resolution-controlled conductivity discretization in electrical impedance tomography[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2014, 7(4): 2048-2077.
- [12] WANG H X, TANG L, CAO Z. An image reconstruction algorithm based on total variation with adaptive mesh refinement for ECT [J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2007, 18(5): 262-267.
- [13] TENIOU S, MERIBOUT M. A new hierarchical reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography using a relaxation region-based approach[J]. Measurement, 2012, 45(4): 683-690.
- [14] LENG H T, CHEN Y P. Convergence and quasi-optimality of an adaptive finite element method for optimal control problems with integral control constraint [J]. Advances in Computational Mathematic, 2018, 44: 367-394.
- [15] JIN B T, XU Y F. Adaptive reconstruction for electrical impedance tomography with a piecewise constant conductivity[J]. Inverse Problems, 2020, 36, 014003.
- [16] VAUHKONEN P J, VAUHKONEN M, SAVOLAINEN T, et al. Three-dimensional electrical impedance tomography based on the complete electrode model [J]. IEEE transactions on bio-medical engineering, 1999, 46(9): 1150-1160.
- [17] ADLER A, LIONHEART W R. Uses and abuses of EIDORS: An extensible software base for EIT [J]. Physiological Measurement, 2006, 27(5): 25-42.
- [18] MURAI T, KAGAWA Y. Electrical impedance computed tomography based on a finite element model[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1985, 32(3): 177-184.
- [19] 肖理庆, 王化祥, 邵晓根. 基于模型细化改进牛顿-拉夫逊图像重建算法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(7): 1546-1554.
- XIAO Q L, WANG H X, SHAO X G. Improved Newton-Raphson image reconstruction algorithm based on model refining[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(7): 1546-1554.
- [20] VAUHKONEN M, VADASZ D. Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1998, 17(2): 285-293.
- [21] CHENEY M, ISAACSON D, NEWELL J C, et al. NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem[J]. International Journal of Imaging Systems and Technology, 1990, 2(2): 66-75.
- [22] ZHAO J, XU Y B, TAN C, et al. A fast sparse reconstruction algorithm for electrical tomography [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(8): 085401.
- [23] 王琦, 张荣华, 王金海, 等. 基于压缩感知的 ECT/CT 双模融合系统成像方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(6): 1338-1346.
- WANG Q, ZHANG R H, WANG J H, et al. Image reconstruction method based on compressive sensing for ECT/CT dual modality fusion system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(6): 1338-1346.
- [24] WINKLER R, RIEDER A. Resolution-controlled conductivity discretization in electrical impedance tomography[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2014, 7(4): 2048-2077.
- [25] YANG W Q, PENG L H. Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography [J]. Measurement Science and Technology, 2003, 14(1):



1-13.

- [26] DONG F, CONG X U, ZHANG Z, et al. Design of parallel electrical resistance tomography system for measuring multiphase flow [ J ]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2012, 20(2): 368-379.

## 作者简介



**王语**, 2015 年于天津大学获得学士学位。现为天津大学电气自动化与信息工程学院博士研究生, 主要研究方向为电学层析成像技术。

E-mail: tju\_wangyu@tju.edu.cn

**Wang Yu** received his B. Sc. degree from Tianjin University in 2015. He is currently a Ph. D. candidate in the School of Electrical and Information Engineering at Tianjin University. His main research interest is electrical tomography.



**任尚杰**(通信作者), 2008 年于天津大学获得学士学位, 2014 年于天津大学获得硕士、博士学位, 现为天津大学电气自动化与信息工程学院副教授, 主要研究方向为工业/医学成像、复杂过程可视化、医学图像分析。

E-mail: rensjie@tju.edu.cn

**Ren Shangjie** (Corresponding author) received his B. Sc. , M. Sc. , and Ph. D. degrees all from Tianjin University in 2008 and 2014, respectively. He is currently an associate professor in the School of Electrical and Information Engineering at Tianjin University. His main research interests include industrial and medical imaging, complex process visualization and biomedical image analysis.



**董峰**, 1988、1996 和 2002 年于天津大学分别获得工学学士、硕士和博士学位。现为天津大学电气自动化与信息工程学院教授, 主要研究方向为过程参数检测与控制系统, 多相流测试技术, 过程层析成像技术。

E-mail: fdong@tju.edu.cn

**Dong Feng** received his B. Sc. , M. Sc. , and Ph. D. degrees all from Tianjin University in 1988, 1996, and 2002, respectively. He is currently a professor in the School of Electrical and Information Engineering at Tianjin University. His main research interests include process parameter detection and control system, multiphase flow measurement and industrial process tomography.