

基于递推最小二乘法的地磁测量误差校正方法*

龙 礼, 黄家才

(南京工程学院自动化系 南京 211167)

摘要:针对弹体地磁测量容易受到各种误差影响而导致地磁姿态测量精度降低的问题,在分析自身误差和环境误差的基础上,对椭球模型的地磁测量误差进行建模,采用最大似然估计解算静态误差补偿参数,以解算结果为初值,通过递推最小二乘法推到补偿参数的实时更新算法,综合以上研究,形成用于地磁测量误差补偿的在线组合校正方法。仿真及实验结果表明,在接近盲区方向的最大姿态角误差小于 5° ,在线组合校正能够保证姿态检测系统在不同射向条件下的精度。

关键词: 地磁传感器;姿态角;递推最小二乘;椭球拟合

中图分类号: TJ430.1 TH76 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.35

Recursive least square based online error calibration method in geomagnetic detection

Long Li, Huang Jiakai

(School of Automation, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China)

Abstract: Aiming at the problem that projectile body geomagnetic survey is susceptible to various errors, which leads to the decreasing of the geomagnetic attitude measurement accuracy, the geomagnetic measurement error of the ellipsoid model is established on the basis of analyzing its own errors and environment errors, the maximum likelihood estimation algorithm is used to solve the static error compensation coefficient; taking the static error coefficient as initial value, recursive least squares method is adopted to obtain the real time update algorithm of the error coefficient. From above studies, the online combination correction algorithm for geomagnetic measurement error compensation is formed. The simulation and experimental results show that the maximum attitude angle error is less than 5° in near blind zone direction, the online combination correction algorithm can ensure the accuracy of the attitude detection system under different shooting conditions.

Keywords: geomagnetic sensor; attitude angle; recursive least square; ellipsoid fitting

1 引言

地磁场是指地球内部存在的天然磁性现象,采用地磁传感器获取地磁场信息并对其进行解算,可转换得到弹丸的飞行姿态角^[1-2],地磁姿态测量具有不受天气、地域影响的优点,同时地磁传感器具有抗冲击和抗高过载的特点,非常适合于弹载条件下的姿态测量^[3]。然而,大部分弹体由铁磁性材料构成,易被地磁场磁化而引起地磁场测量的畸变,同时,由于生产水平和加工工艺的限

制,地磁传感器本身也会存在多种误差。地磁姿态测量的精度受到极大的限制,地磁测量误差校正是提高地磁姿态检测系统性能的关键^[4-5]。文献[6]利用传感器旋转的输出数据,通过递推最小二乘法求取传感器的固定矢量误差和比例因数误差,形成了二步校正法,二步校正法无需借助标准测量平台和外部参考信息即可完成地磁误差标定,但不能对未对准误差进行校正;文献[7]在地磁惯性组合导航中利用最大似然法迭代求解三轴地磁传感器的误差参数,可以对未对准误差进行估计,最大似然迭代对初值的要求很高,而弹载地磁测量过程中初值无

收稿日期:2016-05 Received Date: 2016-05

* 基金项目:江苏省自然科学基金(BK20151463, 14KJB60016)、国家自然科学基金(61104085)、南京工程学院高层次引进人才科研启动基金(YKJ201414, YKJ201416)项目资助

法准确获取;文献[8]提出的迭代算法解决了初值问题,但对环境的适应能力不强。本文基于上述研究的优缺点,提出一种静动态校正相结合的组合校正算法,并利用仿真和实验对算法的有效性进行验证。

2 地磁测量误差建模

2.1 地磁测量误差源分析

地磁传感器测量误差来源复杂,大体可分为自身误差和环境干扰误差两类。地磁误差的建模方法较为成熟,综合考虑各种误差影响,地磁传感器输出的地磁场矢量可表示为^[9]:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{C}_{is}\mathbf{C}_n(\mathbf{C}_s\mathbf{H}_i + \mathbf{b}_h) + \mathbf{b}_o + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

式(1)可进一步可改写成:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{S}\mathbf{H}_i + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

式中: \mathbf{C}_{is} 为灵敏度误差, \mathbf{C}_s 为软磁误差, \mathbf{C}_n 为非正交误差, \mathbf{b}_o 为偏置误差, \mathbf{b}_h 为硬磁误差。 $\mathbf{S} = \mathbf{C}_{is}\mathbf{C}_n\mathbf{C}_s$ 为总校正矩阵, $\mathbf{b} = \mathbf{C}_{is}\mathbf{C}_n\mathbf{b}_h$ 为总偏移矢量, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为噪声误差, $\mathbf{H}_i = [x^L \ y^L \ z^L]^T$ 为地磁场矢量, $\mathbf{H}_m = [x \ y \ z]^T$ 为地磁传感器输出。将其转换到传感器坐标下可表示为:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) \quad (3)$$

考虑到噪声误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的不确定性,并无固定误差参数,式(3)表示地磁检测组件测量误差的校正模型中没有对于噪声误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的补偿,对于噪声误差的补偿可利用滤波算法进行^[10]。通过对误差模型相关系数进行辨识,就可以根据式(3)利用地磁传感器的输出值计算得到真实地磁分量。

2.2 测量误差椭球模型的建立

首先定义球面和椭球面的方程如下^[11]:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\|^2 = C^2\} \\ \mathbf{L} &= \{x \in \mathbf{R}^3 : \|\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}'x\|^2 = C^2\} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: \mathbf{S} 为对角矩阵,表示椭球的长短轴矩阵, \mathbf{R} 为正交矩阵, \mathbf{L} 表示椭球的方向矩阵, C 为常数。

对地磁测量模型(2)中的 \mathbf{S} 进行奇异值分解,令 $\mathbf{S} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}'$,其中 \mathbf{U} 、 \mathbf{V} 是正交矩阵, $\boldsymbol{\Sigma}$ 为对角矩阵。定义: $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \det(\mathbf{U}) & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{(n-1) \times (n-1)} \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}_L = \mathbf{U}\mathbf{J}$, $\mathbf{S}_L = \boldsymbol{\Sigma}$, $\mathbf{V}_L = \mathbf{V}\mathbf{J}$ 。

其中, $\mathbf{S} = \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{V}'_L$ (\mathbf{R}_L 、 \mathbf{V}_L 正交矩阵)。在理想情况下,自由旋转测量得到的地磁传感器输出矢量可用正球体表示,球体的半角为球心处的地磁强度标量。因此磁场真实值 \mathbf{H}_i 的轨迹为球面,由式(4)得:

$$\|\mathbf{H}_i\|^2 = H^2 \quad (5)$$

式中: H 为地磁强度标量,由于 \mathbf{V}_L 为正交矩阵,令 $\mathbf{V}'_L\mathbf{H}_i = \mathbf{H}'_i$,则:

$$\|\mathbf{H}'_i\|^2 = H^2 \quad (6)$$

将 $\mathbf{S}\mathbf{H}_i = \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i$ 代入式(4)的椭球面方程可得:

$$\|\mathbf{S}_L^{-1}\mathbf{R}'_L\mathbf{S}\mathbf{H}_i\|^2 = \|\mathbf{H}'_i\|^2 = H^2 \quad (7)$$

可以看出 $\mathbf{S}\mathbf{H}_i$ 满足椭球面方程,由此可得到 \mathbf{H}_m 的椭球方程表达式为:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (8)$$

式中: $\mathbf{H}'_i = \mathbf{V}'_L\mathbf{H}_i$, \mathbf{b} 为椭球球心偏移, \mathbf{R}_L 矩阵表示椭球的旋转, \mathbf{S}_L 矩阵表示椭球的长短轴比例, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为噪声误差。 \mathbf{V}'_L 为表示坐标系的转化。因此,三维磁传感器的误差模型可以利用上述4个参数表示^[9]。

在地磁测量各种误差源的作用下,自由旋转地磁传感器输出矢量可用椭球体表示,误差矩阵 $\mathbf{S} = \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L$ 表示从正球体到椭球的旋转和长短轴比例变化,误差矢量 \mathbf{b} 为椭球球心的偏移。地磁检测组件测量误差椭球模型如图1所示。

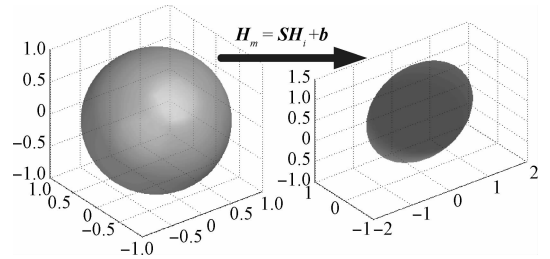


图1 地磁测量误差椭球模型

Fig. 1 Ellipsoidal model of the geomagnetic measurement errors

3 基于最大似然法的椭球拟合

3.1 椭球拟合算法

本文使用最大似然估计法对式(8)中的参数进行求解,根据式(8)可知:

$$\mathbf{H}_m - (\mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i + \mathbf{b}) = \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 为传感器的噪声误差矩阵,服从均值为0的正态分布,设其方差为 σ^2 ,即:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N(0, \sigma^2) &\Rightarrow (\mathbf{H}_m - (\mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i + \mathbf{b})) \sim \\ N(0, \sigma^2) &\Rightarrow \mathbf{H}_m \sim N(\mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i + \mathbf{b}, \sigma^2) \end{aligned} \quad (10)$$

其似然函数为:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{H}'_1, \mathbf{H}'_2, \dots, \mathbf{H}'_n | \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i + \mathbf{b}, \sigma^2) = \\ (1/2\pi\sigma)^2 \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^n (\|\mathbf{H}_m - \mathbf{b} - \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i\|)^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

为求解式(11)似然函数最大值问题,可以对似然函数取对数,并求其最小值:

$$\min \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{H}_m - \mathbf{b} - \mathbf{R}_L\mathbf{S}_L\mathbf{H}'_i\|)^2 \quad (12)$$

式(12)等价于将椭球面上的点 $(\mathbf{H}_m - \mathbf{b})$ 拟合成椭

球面 $(\mathbf{R}_L \mathbf{S}_L \mathbf{H}_i^L)$ 。那么,也可把式(12)改写成球面 $(\mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}))$ 上的点拟合成球面 \mathbf{H}_i^L 的形式,即:

$$\min \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) - \mathbf{H}_i^L\|)^2 \quad (13)$$

通过式(6)经过简单变换可将式(13)写为:

$$\min \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) - \mathbf{H}_i^L\|)^2 \quad (14)$$

假设 $(\mathbf{R}_L, \mathbf{S}_L, \mathbf{b})$ 为式(14)的解,对于任意正交矩阵 \mathbf{V}_L ,有:

$$\|\mathbf{V}_L \mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b})\| = \|\mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b})\| \quad (15)$$

因此可将(14)表示为:

$$\min \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{T}(\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) - \mathbf{H}_i^L\|)^2 \quad (16)$$

其解为 (\mathbf{T}, \mathbf{b}) , 并且有奇异值分解 $\mathbf{T} = \mathbf{U}_T \mathbf{S}_T \mathbf{V}_T^T$, 则式(14)的解 $\mathbf{R}_L = \mathbf{V}_T, \mathbf{S}_L = \mathbf{S}_T^{-1}$ 。因此椭圆方程(8)中参数可通过求解式(16)和奇异值分解 \mathbf{T} 得到。对式(16)的求解可采用牛顿优化法,其具体步骤可以归纳如下:

1) 给定终止误差值 $0 \leq \xi \leq 1$, 初始点 $x_0 \in \mathbf{R}^n$, 令 $k=0$;

2) 计算 $\mathbf{g}_k = \nabla f(x_k)$, 当 $\|\mathbf{g}_k\| < \xi$, 停止运算, 得到 $x^* = x_k$;

3) 计算 $\mathbf{G}_k = \nabla^2 f(x_k)$, 并求解 $d_k: \mathbf{G}_k d_k = -\mathbf{g}_k$

4) 令 $x_{k+1} = x_k + d_k, k = k + 1$, 转步骤2)。

其初值 x_0 可以用二步最小二乘法^[12-13]拟合得到, 利用 MATLAB 软件编程对式(16)进行求解, 得到参数解 $(\mathbf{R}_L, \mathbf{S}_L, \mathbf{b})$, 即可得到 L 坐标系中误差补偿方程为:

$$\mathbf{H}_i^L = \mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) \quad (17)$$

由前面的推导可知, $\mathbf{H}_i^L = \mathbf{V}'_L \mathbf{H}_i$, 通过式(17)的计算结果 \mathbf{H}_i^L 和磁场实际值 \mathbf{H}_i 用最小二乘法拟合可以得到 \mathbf{V}'_L 。进而真实地磁矢量:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{V}_L \mathbf{S}_L^{-1} \mathbf{R}'_L (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) \quad (18)$$

3.2 算法仿真与结果分析

为验证椭圆拟合算法的有效性, 选取南京地区的地磁场信息作为仿真环境(即地磁场强度 $H = 48\ 152\ \text{nT}$, 磁偏角 $\zeta = -4.75^\circ$, 磁倾角 $\varepsilon = 44.57^\circ$), 根据实验标定结果设定传感器的仿真条件: 地磁传感器的3个灵敏度误差系数分别为 $S_{ix} = 1.2, S_{iy} = 0.8$ 和 $S_{iz} = 1.3$ 3个非正交误差角分别为 $\alpha = 1^\circ, \beta = 89.5^\circ$ 和 $\gamma = 89^\circ$, 3个偏置误差系数分别为 $b_{ox} = 900\ \text{nT}, b_{oy} = 860\ \text{nT}$ 和 $b_{oz} = -780\ \text{nT}$, 3个硬磁误差系数分别为 $b_{hx} = -75\ \text{nT}, b_{hy} = -70\ \text{nT}$ 和 $b_{hz} =$

85 nT, 软磁误差矩阵为 $\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 1.4 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 1.5 \end{bmatrix}$ 。

根据设定的误差参数, 任意产生一组包含各种误差源的地磁传感器输出数据。根据本文的静态校正方法进行计算, 得到误差模型, 即式(3)中的校正矩阵 \mathbf{S}^{-1} 和误差矢量 \mathbf{b} 分别为 $\mathbf{S}^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0.774\ 5 & -0.098\ 1 & -0.156\ 7 \\ -0.086\ 2 & 0.993\ 2 & -0.209\ 8 \\ -0.143\ 7 & -0.193\ 7 & 0.755\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 824.263\ 2 \\ 810.478\ 3 \\ -683.298 \end{bmatrix}。$$

根据仿真条件可以得到校正矩阵 \mathbf{S}^{-1} 和误差矢量 \mathbf{b} 的真值分别为 $\mathbf{S}^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0.738\ 3 & -0.112\ 4 & -0.169\ 1 \\ -0.068\ 5 & 0.977\ 1 & -0.204\ 0 \\ -0.129\ 4 & -0.238\ 1 & 0.754\ 9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 811.064\ 3 \\ 805.195\ 3 \\ -695 \end{bmatrix}。$$

可以看出, 计算得到的校正矩阵和误差矢量与真值比较接近。

图2所示为根据误差模型随机产生的地磁场数据曲线, 以及拟合得到的测量误差模型。从图2中可以看出, 由于存在各种误差, 利用地磁场数据拟合到的模型为椭圆模型, 模型存在旋转和长短轴缩放。图3所示为静态校正后的地磁场拟合得到的模型, 经过静态校正, 地磁场数据回归成一个正球体, 补偿结果较为理想。图4所示为校正前后的总磁场强度, 从图中可以看出, 校正前总磁场强度的波动比较大, 经过校正后的总磁场强度基本还原成一条直线, 其幅值大小符合仿真条件所设的 $48\ 152\ \text{nT}$ 。

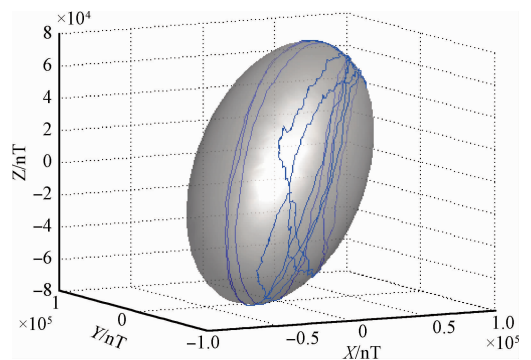


图2 测量误差拟合效果

Fig. 2 Measurement error fitting effect

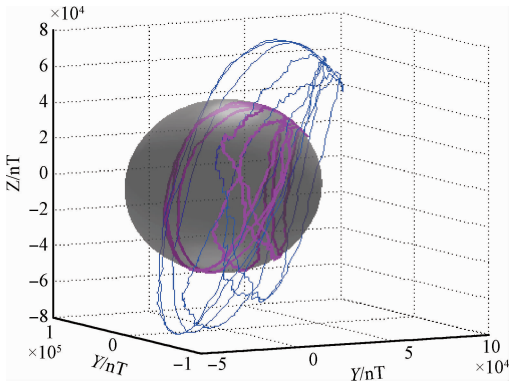


图3 测量误差校正效果

Fig. 3 Measurement error correction effect

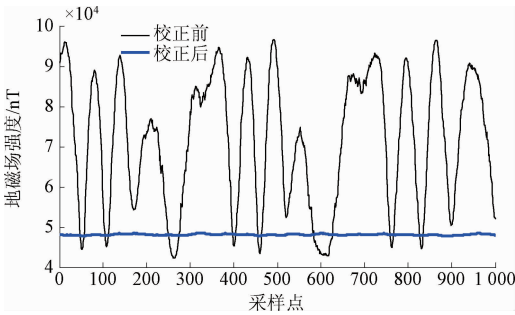


图4 校正前后的总磁场强度

Fig. 4 The magnetic field intensities before and after correction

4 测量误差系数的在线更新

椭球拟合是在在无外部参考基准的条件下,先拟合得到误差模型的数学方程,然后求解误差系数。该方法通过实验测量数据可以能够对地磁传感器的测量误差进行补偿,补偿系数固定不变,属于静态补偿算法。静态补偿算法的缺点在于适应力差,无法跟踪弹丸实际飞行环境变化带来的误差。因此,在利用静态校正方法得到误差补偿系数后,需要根据弹丸实际飞行环境对补偿系数进行在线更新。

现在普遍采用在线更新算法是一般最小二乘法或递推最小二乘法。一般最小二乘法通过对大量测量进行批量处理,可迭代得到最优解。但对数据的批量处理会增加弹载设备的负荷和功耗。递推最小二乘估计能够根据实时量测值更新估计量信息,逐步得到最优解,解算过程不需要批量处理。随着迭代次数的增加估计精度也越高^[14-15]。

利用递推最小二乘法实现地磁检测组件测量误差补偿系数在线更新的具体步骤:首先根据新采集到的传感器输出信号,对椭球模型系数进行实时修正,然后通过椭球逆变换转换得到误差校正矩阵 S^{-1} 和误差矢量 b 。

4.1 基于递推最小二乘法的椭球拟合

由2.2节的介绍可知,地磁检测组件的测量误差模型可拟合成椭球模型,因此可将误差模型表示成椭球方程的一般形式为:

$$aX^2 + bY^2 + cZ^2 + 2fXY + 2gXZ + 2hYZ + 2pX + 2qY + 2rZ + d + n(k) = 0 \quad (19)$$

式中: $n(k)$ 为噪声, X, Y, Z 为地磁分量。定义:

$$\mathbf{X}_k = [a \ b \ c \ f \ g \ h \ p \ q \ r \ d]^T \quad (20)$$

地磁传感器的实时测量数据为 $[X_k \ Y_k \ Z_k]^T$, 其中 $k = 1, 2, \dots, n$, 其对应矢量为:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} X_k^2 & Y_k^2 & Z_k^2 & 2X_k Y_k & 2X_k Z_k & 2Y_k Z_k & 2X_k & 2Y_k & 2Z_k & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

可将式(19)转换为递推最小二乘求解式:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (22)$$

式中: \mathbf{Z}_k 为常值零, $\mathbf{V}_k = n(k)$ 为量测噪声。

递推最小二乘法的具体步骤如下:

- 1) 设置初值 \mathbf{X}_0 , 令 $\mathbf{P}_0 = p\mathbf{I}$, p 为足够大的正数;
- 2) 计算 $\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T (1 + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T)^{-1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k$;
- 3) 计算 $\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{X}_k)$ 。

由于递推最小二乘法是通过迭代来更新估计信息,因此初始阶段估计精度偏低,估计误差存在一定的波动,随着测量次数的增多,椭球参数估计值逐渐稳定并逼近真实值。

4.2 误差补偿系数的转化

4.1节得到的椭球系数无法直接应用于地磁误差修正,因此需将其转化成校正矩阵 S^{-1} 和矢量 b 。

地磁场矢量 \mathbf{H}_i 和地磁场强度 H 的关系为:

$$H^2 - \|\mathbf{H}_i\|^2 = H^2 - \mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i = 0 \quad (23)$$

将式(23)代入式(3)可得:

$$(\mathbf{H}_m - \mathbf{b})^T (\mathbf{S}^{-1})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) - H^2 = 0 \quad (24)$$

令 $\mathbf{M} = (\mathbf{S}^{-1})^T \mathbf{S}^{-1}$, 式(24)可以表示为:

$$(\mathbf{H}_m - \mathbf{b})^T \mathbf{M} (\mathbf{H}_m - \mathbf{b}) = H^2 \quad (25)$$

前面已经求解得到椭球系数,因此可将椭球方程(19)变换成矩阵形式为:

$$\mathbf{H}_m^T \mathbf{E} \mathbf{H}_m + (2\mathbf{F})^T \mathbf{H}_m + \mathbf{G} = 0 \quad (26)$$

式中: $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} a & f & g \\ f & b & h \\ g & h & c \end{bmatrix}$, $\mathbf{F} = [p \ q \ r]^T$, $\mathbf{G} = d$ 。

将式(25)进一步变换为:

$$(\mathbf{H}_m - \boldsymbol{\omega})^T \mathbf{K} (\mathbf{H}_m - \boldsymbol{\omega}) = 1 \quad (27)$$

式中: $\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{E}^{-1} \mathbf{F}$, $\mathbf{K} = \frac{1}{\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{G}}$ 。

式(27)为椭球方程的矩阵表达式。对比式(25)和(27)两式可得, $\mathbf{b} = \boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{M} = \mathbf{K} \mathbf{H}^2$ 。对 \mathbf{M} 进行奇异值分解可得:

$$M = U\Sigma U^T \tag{28}$$

式中： U 为对称矩阵 MM^T 的特征矢量矩阵。

$$\text{假设 } \sqrt{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & & \\ & \sqrt{\lambda_2} & \\ & & \sqrt{\lambda_3} \end{bmatrix}, N = U\sqrt{\Sigma}U^T,$$

那么：

$$M = U\Sigma U^T = U\sqrt{\Sigma}U^T U\sqrt{\Sigma}U^T = N^T N \tag{29}$$

由于 $M = (S^{-1})^T S^{-1}$ ，可以利用式(29)求取 S^{-1} 。

误差校对方程(3)可以写成：

$$H_i = U\sqrt{\Sigma}U^T(H_m - \omega) \tag{30}$$

4.3 地磁检测组件测量误差在线组合校正流程

地磁检测组件测量误差的在线组合校正流程如图5所示。1)通过最大似然算法求解地磁测量误差的静态补偿参数;2)以静态补偿参数转换成椭球参数,作为递推最小二乘法的初值 X_0 ,通过迭代算法,求解椭球系数的最佳估计值;3)转换得到误差校正参数,对地磁测量误差进行实时校正。

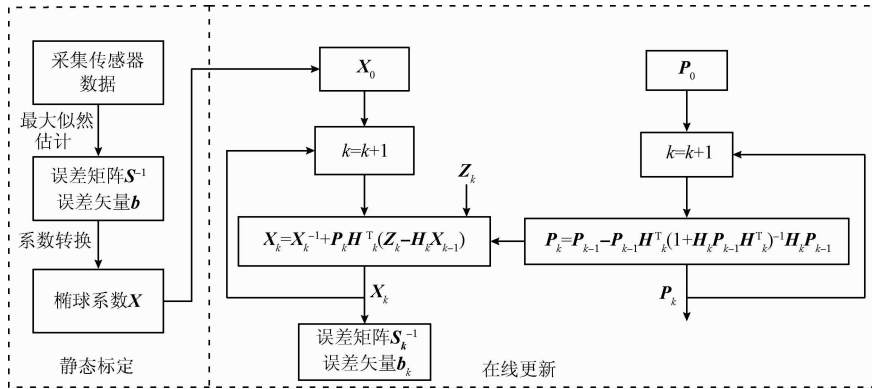


图5 测量误差在线组合校正流程

Fig. 5 Flow chart of measurement error online combination correction

5 转台实验与结果分析

为了验证本文静动态结合的地磁测量误差组合校正算法的效果,利用如图6所示的实验装置模拟弹丸飞行过程进行校正实验。



图6 地磁误差校正用三轴转台

Fig. 6 Three-axis turntable for geomagnetic error correction

将本文所述在线组合校正方法写入姿态检测系统的软件程序中,以静态校正实验得到的误差矩阵校正矩阵 S^{-1} 和误差矢量 b 为初值,进行转台实验。把转台的俯仰角调整到 -33.3° 的位置,接近于地磁测量盲区的方向(当地磁测量系统与地磁矢量方向接近时,测得地磁分量较小,容易受到误差影响,地磁测量精度最低,因此称为盲区,地磁矢量的俯仰角为 -46.7°),测量地磁测量系统在8个方向上进行滚转运动时的滚转角和俯仰角。将得到的姿态角误差与单纯用静态校正补偿的姿态角误差作比较。

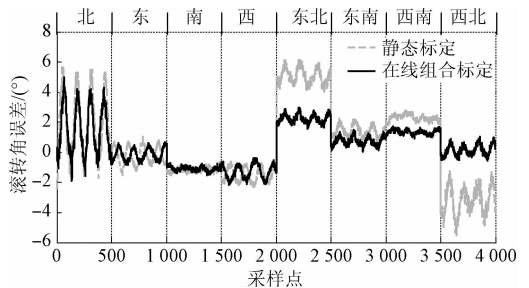


图7 两种校正方法的滚转角误差

Fig. 7 Roll angle errors for two correction methods

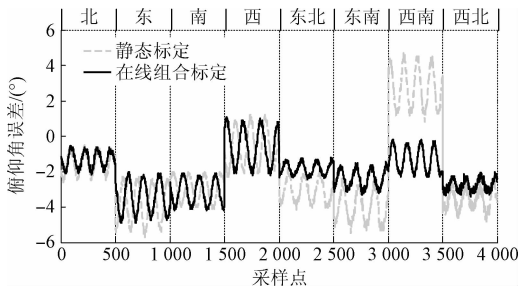


图 8 两种校正方法的俯仰角误差

Fig. 8 Pitch angle errors for two correction methods

表 1 两种校正方法的误差对比

Table 1 Error comparison of two calibration methods

方向	静态标定		动态标定	
	滚珠	俯仰	滚转	俯仰
北	5.8	2.2	4.7	2.0
东	0.9	5.8	0.6	4.6
南	1.7	4.0	1.6	4.0
西	2.1	1.1	2.0	1.0
东北	6.1	4.0	2.8	2.2
东南	2.1	5.6	1.6	2.9
西南	2.7	4.2	1.8	2.1
西北	5.7	4.3	0.9	2.9

两种校正方法下的误差曲线如图 7 和 8 所示。两种方法在不同方向的最大误差如表 1 所示。从实验结果可以看出,射向为北、东、南、西 4 个方向时,两种校正方法下的滚转角和俯仰角误差比较接近;而射向为东北、东南、西南和西北 4 个方向时,在线组合校正方法的效果则明显优于静态校正方法。这是由于静态校正方法的误差矩阵 S^{-1} 和误差矢量 b 是射角为北、东、南、西 4 个方向的地磁场分量拟合得到的,在这 4 个方向的误差补偿系数最接近真实值。在其他方向,利用静态校正方法得到的误差系数与真实值存在一定的偏差,所得到的姿态角精度也必然降低。而利用在线组合校正方法对误差系数进行在线更新,可以从地磁测量值中提取出估计量信息,用于修正误差补偿系数,从而保证姿态检测系统在不同射向条件下的精度。但值得注意的是,由于递推最小二乘法是通过迭代来更新估计信息,因此初始阶段估计精度偏低,估计误差存在一定的波动,随着测量次数的增多,估计值逐渐稳定并逼近真实值。因此,在线组合校正算法更适合于较长时间的稳定误差补偿,而针对短时间的地磁误差补偿,静态标定即可获得较好的效果。

6 结 论

地磁测量误差校正是提高地磁检测系统性能的关键。本文详细分解地磁测量各种误差源建立椭球误差模型,利用最大似然估计获取静态误差校正句和误差实例;然后将静态补偿系数转换为椭球系数为初值,利用递推最小二乘法实时更新地磁误差补偿矩阵,实现地磁检测组件测量误差的在线组合校正;最后设计地磁检测系统测量误差校正实验,实验结果表明,在接近盲区方向的最大姿态角误差小于 5° ,在线组合校正可以从地磁测量值中提取出估计量信息,用于修正误差补偿系数,从而保证姿态检测系统在不同射向条件下的精度。

参考文献

[1] 孙宏伟,房建成,李艳. 椭圆拟合方法在磁罗盘罗差校准中的应用 [J]. 光学 精密工程, 2009, 17 (12): 3034-3039.
SUN H W, FANG J C, LI Y. Application of ellipse fitting method to calibration of magnetic compass deviation [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17 (12): 3034-3039.

[2] 柯熙政,刘娜. 卫星导航自适应抗干扰算法及零陷加宽研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2010, 24 (12): 1082-1086.
KE X ZH, LIU N. Research on adaptive anti-jamming and null widening algorithm for satellite navigation [J]. Journal of electronic Measurement and Instrument, 2010, 24 (12): 1082-1086.

[3] 张嘉易,李爽,郝永平,等. 基于磁传感器的高速旋转弹姿态算法研究 [J]. 国外电子测量技术, 2012, 31 (1): 27-29.
ZHANG J Y, LI SH, HAO Y P, et al. High-speed spinning- projectile attitude algorithm based on magnetoresistive sensor [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2012, 31 (1): 27-29.

[4] HUDAK J, BLAZEK J, KMEC F, et al. Multi-position static test of the magnetometer from IMU [J]. Journal of Electrical Engineering, 2010, 61 (Suppl. 7): 24-27.

[5] FANG J, SUN H, CAO J, et al. A novel calibration method of magnetic compass based on ellipsoid fitting [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2011, 60 (6): 2053-2061.

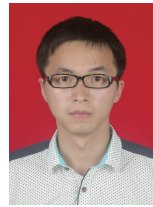
[6] GEBRE E D, ELKAIM G H, POWELLI J D, et al. A nonlinear two-step estimation algorithm for calibrating solid-state strapdown magnetometers [C]. 8th International Conference on Navigation Systems, 2011: 200-299.

- [7] KOK M, HOL J D, SCHON T B, et al. Calibration of a magnetometer in combination with inertial sensors [C]. 15th International Conference on Information Fusion, 2012: 787-793.
- [8] HOSEINI S A, GLUHAK A, TAFAZOLI R. A fast calibration method for triaxial magnetometers [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2013, 62(11): 2929-2937.
- [9] VASCONCELOS J F, ELKAIM G, SILVESTRE C, et al. A geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame [J]. Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles, 2008, 2(1): 1-11.
- [10] 龙礼, 张合, 唐玉发, 等. 自适应卡尔曼滤波在地磁姿态检测中的应用 [J]. 兵工学报, 2013, 34(9): 1155-1160.
- LONG L, ZHANG H, TANG Y F, et al. Application of adaptive Kalman filter in geomagnetic attitude detection system [J]. Acta Armamentarii, 2013, 34(9): 1155-1160.
- [11] GEBRE-EGZIABHER D. Magnetometer autocalibration leveraging measurement locus constraints [J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(4): 1361-1368.
- [12] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5): 476-480.
- [13] PRATT V. Direct least-squares fitting of algebraic surfaces [C]. ACM Siggraph Computer Graphics, 1987, 21(4): 145-152.
- [14] 郭鹏飞, 华春红, 任章, 等. 基于递推最小二乘的航姿系统罗差校正 [J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(1): 24-27.
- GUO P F, HUA CH H, REN ZH, et al. Magnetic

deviation compensation using recursive least square for AHRS [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(1): 24-27.

- [15] 管斌, 高扬, 王成宾, 等. 基于递推最小二乘的在线罗差校正方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(1): 69-73.
- GUAN B, GAO Y, WANG CH B, et al. Online magnetic deviation calibration method based on recursive least square algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(1): 69-73.

作者简介



龙礼, 2009 年于南京农业大学获得学士学位, 2014 年于南京理工大学获得博士学位, 现为南京工程学院讲师, 主要研究方向为地磁姿态检测技术、机器人误差修正技术研究。

E-mail: zdhxll@njit.edu.cn

Long Li received his B. Sc. degree in 2009 from Nanjing Agricultural University and Ph. D. degree in 2014 from Nanjing University of Science and Technology. Now, he is a lecturer in Nanjing Institute of Technology. His main research interest includes geomagnetic attitude detection and robot error correction.



黄家才, 分别在 2000 年和 2006 年于吉林大学获得学士学位和博士学位, 现为南京工程学院教授, 主要研究方向为运动控制、机器人控制。

E-mail: zdhxhjc@njit.edu.cn

Huang Jiakai received his B. Sc. and Ph. D. degrees both from Jilin University in 2000 and 2006, respectively. Now, he is a professor in Nanjing Institute of Technology. His main research interest includes motion control and robot control.