

# 基于模型预测控制的 UUV 路径跟踪控制研究\*

张伟, 郁晨曦, 滕延斌, 魏世琳

(哈尔滨工程大学自动化学院 哈尔滨 150001)

**摘要:**水下无人航行器(UUV)的路径跟踪控制是实现 UUV 多种军、民用途的重要技术基础。针对 UUV 路径跟踪控制中的欠驱动、非完整约束、模型的非线性,基于非线性连续模型预测控制算法设计了 UUV 垂直面路径跟踪控制器。建立了垂直面运动模型并基于状态空间模型给出了垂直面预测模型,通过给定性能指标,运用泰勒级数展开与李导数求解出了连续时间状态下的最优控制律,实现了欠驱动 UUV 路径跟踪控制。通过仿真实验,验证了垂直面路径跟踪控制器设计的有效性。

**关键词:**水下无人航行器;欠驱动;模型预测控制;路径跟踪;李导数

中图分类号: TH701 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

## Research on UUV path tracking control based on model predictive control

Zhang Wei, Yu Chenxi, Teng Yanbin, Wei Shilin

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The unmanned underwater vehicle (UUV) path tracking control provides the important technical foundation for various civilian and military applications of UUV. Aiming at the underactuation, non-holonomic constraint and model nonlinearity in the path tracking control of UUV, an UUV vertical path tracking controller is designed based on the nonlinear continuous model predictive control algorithm. The vertical motion model of UUV is established, and the prediction model of UUV system is given based on state space model. According to the given performance index, the Taylor series expansion and Lie derivative are used to solve the optimal control law under the continuous time state, the underactuated UUV vertical path tracking control is achieved. A simulation experiment was carried out, the result proves the effectiveness of the design of the vertical path tracking controller.

**Keywords:** unmanned underwater vehicle (UUV); underactuation; model predictive control; path tracking; Lie derivative

## 0 引言

水下无人航行器(unmanned underwater vehicle, UUV)在垂直面内的运动是 UUV 典型而实用的运动形式之一,对于 UUV 完成水下回收、导航、地形跟踪等任务具有重要意义<sup>[1-2]</sup>。对欠驱动 UUV 而言,在 UUV 的运动控制方面,由于垂向推力的缺少,使控制输入的个数少于系统的自由度,从而使 UUV 在对任意路径进行跟踪时,需要主推进器与水平舵之间的耦合实现。

UUV 路径跟踪控制问题是不受时间约束的跟踪问题,只需要 UUV 跟踪上期望路径,但是对于何时到达并没有规定,路径跟踪引入了“虚拟向导”的概念,作为系

统附加的控制输入,把被控 UUV 与路径某个参考点之间的误差作为控制器设计的基础,设计“虚拟向导”的切速度,由于结合误差,位于期望路径的参考点的运动受到系统的限制,保证了跟踪的连续性<sup>[3]</sup>。

在用模型预测控制算法设计路径跟踪控制器的问题上,国内外已有文献针对该问题做出设计。文献[4]提出了一种机器人连续跟踪定位控制方案,又结合滑模变结构控制,研究了非线性连续预测变结构控制方法;文献[5]针对水面船舵角的幅值和每次打舵大小的问题,研究了带有干扰补偿的水面船的模型预测控制方案;文献[6]针对近水面航行的 UUV,以运动中受到的随机波浪干扰建立 UUV 纵向运动的线性化数学模型,考虑波浪影响下的 UUV 定深的问题,运用模型预测控制算法仿真

验证 UUV 在航行过程中的抗干扰能力;文献[7]针对欠驱动船舶在路径跟踪中存在的不确定相关问题,运用非切换解析模型预测控制算法设计了连续非震荡的路径跟踪控制器;文献[8]针对有垂直推进器执行机构的 UUV,在存在推进器形成的约束条件下,运用模型预测控制算法控制 UUV 悬停时的深度和纵倾角;文献[9]针对面向海洋工程的水下机器人设计了一种结合 PID 约束输入输出的广义模型预测控制算法,并进行了相关的试验验证;文献[10]针对自主回坞的自主水下航行器控制问题,设计了基于应答器位置测量的回坞预测控制算法;文献[11]为优化“视线法”设计控制器的性能,设计了基于模型预测控制的船舶直线路径跟踪控制器,通过把可调节的前视距离加入滚动优化中,实现了自适应并且提高了期望路径的跟踪特性;文献[12]针对目标跟踪,设计一种基于蛙眼的视觉目标跟踪方法。

本文选取解析模型预测控制算法设计欠驱动 UUV 垂直面路径跟踪控制器,该控制算法是基于连续系统设计控制器,避免了离散化非线性系统,对外界扰动和参数变动具有更强的鲁棒性和自适应能力,而且能够提高系统输出的泰勒展开的阶次,进而提高控制系统的精度,并且给出了控制输入的解析解,不需要在线优化,大大节省了计算量,同时保证了闭环系统的稳定性。

## 1 UUV 垂直面模型的建立

### 1.1 欠驱动 UUV 垂直面数学模型的建立

欠驱动 UUV 垂直面的运动学和动力学方程,是建立在 UUV 空间运动学方程和动力学方程基础上的<sup>[13-14]</sup>。

对于欠驱动 UUV 垂直面数学模型,通过只考虑位置量  $x$  和  $z$ ,纵倾角  $\theta$ ,纵倾角速度  $q$ ,纵向速度  $u$  和垂向速度  $w$  和与这些变量有关的水动力系数等,并认为 UUV 结构左右对称,上下近似对称,则得到 UUV 垂直面运动学方程和动力学方程。

运动学模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \theta + w \sin \theta \\ \dot{z} = -u \sin \theta + w \cos \theta \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (1)$$

动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{u} = -\frac{m_2}{m_1} w q - \frac{d_1}{m_1} u + \frac{1}{m_1} \tau_u \\ \dot{w} = \frac{m_1}{m_2} u q - \frac{d_2}{m_2} w \\ \dot{q} = \frac{m_2 - m_1}{m_3} u w - \frac{d_3}{m_3} q - \frac{\overline{GM}_L B}{m_3} \sin \theta + \frac{1}{m_3} \tau_q \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $m_1 = m - X_{\dot{u}}$ ,  $m_2 = m - Z_{\dot{w}}$ ,  $m_3 = I_y - M_{\dot{q}}$ ,  $d_1 = X_u + X_{u|u|}$ ,  $d_2 = Z_w + Z_{w|w|}$ ,  $d_3 = M_q + M_{q|q|}$ ,  $q \circ X_{\dot{u}}$ 、

$Z_{\dot{w}}$ 、 $M_{\dot{q}}$ 、 $X_{\dot{u}}$ 、 $X_{u|u|}$ 、 $Z_{\dot{w}}$ 、 $Z_{w|w|}$ 、 $M_{\dot{q}}$ 、 $M_{q|q|}$  为水动力参数和阻尼项,  $\tau_u$  和  $\tau_q$  分别表示推力和纵倾力矩。

### 1.2 欠驱动 UUV 垂直面预测模型的建立

状态空间模型<sup>[15]</sup>为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (3)$$

则式(1)和(2)所示的欠驱动 UUV 垂直面模型可以改写为式(3)所示的状态空间模型。其中  $\mathbf{x} \in R^6$ ,  $\mathbf{u} \in R^2$ ,  $\mathbf{y} \in R^3$  分别表示 UUV 垂直面的状态向量、控制输入向量和系统输出向量,这里,给出式(3)中各项的具体表示形式为:

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad x \quad z \quad \theta]^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} a_{11}x_2x_3 + a_{12}x_1 \\ a_{21}x_1x_3 + a_{22}x_2 \\ a_{31}x_1x_2 + a_{32}x_3 + a_{33}\sin x_6 \\ x_1\cos x_6 + x_2\sin x_6 - x_1\sin x_6 + x_2\cos x_6x_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \quad \mathbf{g}_2(\mathbf{x})]^T =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$\mathbf{u} = [u_1 \quad u_2]^T = [\tau_u \quad \tau_q]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{y} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3]^T = [x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T \quad (8)$$

$$a_{11} = -\frac{m_2}{m_1}, a_{12} = -\frac{d_1}{m_1}, a_{21} = \frac{m_1}{m_2}, a_{22} = -\frac{d_2}{m_2}, a_{31} = \frac{m_2 - m_1}{m_3}, a_{32} = -\frac{d_3}{m_3}, a_{33} = -\frac{\overline{GM}_L B}{m_3} \quad (9)$$

## 2 欠驱动 UUV 垂直面路径控制器设计

针对欠驱动 UUV 垂直面系统,给出路径跟踪控制器设计流程。首先建立 UUV 垂直面运动学与动力学模型,并给出相关的约束条件;然后,根据需要的性能指标,将 UUV 轨迹跟踪问题转换为约束条件下的优化问题,并利用泰勒级数展开和李导数求得优化问题的解析解;根据 UUV 的最新状态刷新解析解,并将其作为 UUV 的控制输入;最后判断是否完成跟踪任务,若未完成继续根据最新状态刷新解析解并作用于 UUV,若完成任务,则结束任务。

本文的控制目标是在控制输入  $\tau_u$ 、 $\tau_q$  的作用下,欠驱动 UUV 能够跟踪上期望路径和角度  $x_d$ 、 $z_d$ 、 $\theta_d$ 。

综合考虑到各方面的影响,给出一个模型预测控制算法的性能指标,该指标是一个较全面的反映滚动时域优化的性能指标。

$$J = \frac{1}{2}\mu_1[\hat{\mathbf{y}}(t+T) - \hat{\mathbf{y}}_d(t+T)]^T[\hat{\mathbf{y}}(t+T) - \hat{\mathbf{y}}_d(t+T)] + \frac{1}{2}[\mu_2(\hat{\mathbf{y}}(t+\tau) - \hat{\mathbf{y}}_d(t+\tau))^T(\hat{\mathbf{y}}(t+\tau) - \hat{\mathbf{y}}_d(t+\tau)) + \mu_3\hat{\mathbf{u}}^T(t+\tau)\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)]d\tau \quad (10)$$

式中:  $T$  为预测周期,  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  都是正常数或为 0, 一般情形下,  $\mu_1, \mu_3$  的值可以是 0, 分别代表输出中端约束和控制输入在性能指标  $J$  中所占的权值, 然而  $\mu_2$  则为正数, 表示跟踪误差在性能指标中占的权值。  $\hat{\mathbf{y}}(t+\tau)$  为系统在某个时域  $\tau \in [0, T]$  内的预测输出,  $\hat{\mathbf{y}}_d(t+\tau)$  为在某个时域  $\tau \in [0, T]$  内的期望输出即参考输出。

式(3)所表示的系统, 其在时域  $[t, t+T]$  中方程可以改写为动态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t+\tau) = f(\hat{\mathbf{x}}(t+\tau)) + g(\hat{\mathbf{x}}(t+\tau))\hat{\mathbf{u}}(t+\tau) \\ \hat{\mathbf{y}}(t+\tau) = h(\hat{\mathbf{x}}(t+\tau)) \end{cases} \quad \tau \in [0, T] \quad (11)$$

由模型预测控制算法可得, 在时域  $[t, t+T]$  中, 系统状态测量值或者估计值  $\hat{\mathbf{x}}(t+\tau)$  的初始值为:

$$\hat{\mathbf{x}}(t+\tau) = \mathbf{x}(t), \tau = 0 \quad (12)$$

式(11)和(12)所表示的是系统的约束条件, 则式(3)所示系统是有约束条件的非线性系统, 在约束下, 将式(10)所示的性能指标  $J$  最小化, 则可以得到最优控制输入向量, 用数学语言表示为:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{\mathbf{u}}(t)} J \\ \text{s.t. 式(10) ~ (12) 和式(10) ~ (13) 约束} \end{aligned} \quad (13)$$

由模型预测控制的特点可知, 并不要求出时域  $\tau \in [0, T]$  中所有的控制输入向量  $\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)$ , 只需要选择控制输入序列的第 1 个分量  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  作用于系统, 即只需要将控制输入的初始值作为时段  $\tau \in [0, T]$  中的实际控制量。如下式所示:

$$\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t+\tau) \quad \tau = 0 \quad (14)$$

根据预测控制的基本原理, 优化得到的有限时域  $[t, t+T]$  控制输入的一部分  $\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)$  作用于被控系统, 在下一个采样时刻, 系统获得了新的状态值  $\hat{\mathbf{x}}(t+\tau)$ 。以该状态值作为预测控制未来动态的初始条件, 即用该状态值刷新优化问题, 即式(13)描述的问题, 再次求解优化问题并得到一个新的控制序列  $\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)$ 。

综上, 在非线形模型预测控制算法中, 系统的控制输入  $\mathbf{u}(t)$  取值总是秉承着使性能指标  $J$  最小, 并且只关注  $\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)$  的初始值; 因为在工程实践中, 控制输入  $\mathbf{u}(t)$  在每个时间域一般是常值, 所以给出如下假设<sup>[16]</sup>。

假设 1 控制输入向量  $\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)$  在预测时域  $[t, t+T]$  内可以假设为一个常值量, 即:

$$\hat{\mathbf{u}}(t+\tau) = \mathbf{u}(t) = \text{const} \quad \tau \in [0, T] \quad (15)$$

可以看出, 这个假设成立的条件下, 系统的控制输入向量  $\hat{\mathbf{u}}$  的各阶导数都是 0。

根据 UUV 垂直面路径跟踪流程图所示, 应求出优化问题的解析解, 将其作为控制输入作用于 UUV 系统。可

用泰勒展开和李导数求解系统输出和性能指标, 以得到非线性预测控制律。为了得到最优控制律, 应将性能指标最小化, 一般做法是将性能指标求导并令导数等于零, 则可以求出控制输入的解析解。因此, 先对系统在时域  $[t, t+T]$  内的期望输出和预测输出进行泰勒展开。这里, 欠驱动 UUV 满足如下假设:

假设 2 欠驱动 UUV 路径和纵倾角  $(x, z, \theta)$  是连续的, 并且期望路径和纵倾角  $(x_d, z_d, \theta_d)$  也是连续的, 同时都可以作多次微分运算。

系统预测输出  $\hat{\mathbf{y}}(t+\tau)$  和期望输出  $\hat{\mathbf{y}}_d(t+\tau)$  的展开式为:

$$\hat{\mathbf{y}}(t+\tau) = \boldsymbol{\tau}^T(\tau)\hat{\mathbf{y}}(t), \quad \hat{\mathbf{y}}_d(t+\tau) = \boldsymbol{\tau}^T(\tau)\hat{\mathbf{y}}_d(t) \quad (16)$$

式(16)中各向量的具体表达式如下:

$$\hat{\mathbf{y}}(t+\tau) = \begin{bmatrix} \hat{h}_1(t+\tau) \\ \hat{h}_2(t+\tau) \\ \hat{h}_3(t+\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(t+\tau) \\ \hat{z}(t+\tau) \\ \hat{\theta}(t+\tau) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_d(t+\tau) = \begin{bmatrix} \hat{h}_{1d}(t+\tau) \\ \hat{h}_{2d}(t+\tau) \\ \hat{h}_{3d}(t+\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_d(t+\tau) \\ \hat{z}_d(t+\tau) \\ \hat{\theta}_d(t+\tau) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\tau}(\tau) = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \left[ 1 \quad \tau \cdots \frac{\tau^N}{N!} \right]^T \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = [\hat{h}_1(t) \cdots \hat{h}_1^{[N]}(t) \quad \hat{h}_2(t) \cdots \hat{h}_2^{[N]}(t) \quad \hat{h}_3(t) \cdots \hat{h}_3^{[N]}(t)]^T \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_d(t) = [\hat{h}_{1d}(t) \cdots \hat{h}_{1d}^{[N]}(t) \quad \hat{h}_{2d}(t) \cdots \hat{h}_{2d}^{[N]}(t) \quad \hat{h}_{3d}(t) \cdots \hat{h}_{3d}^{[N]}(t)]^T \quad (21)$$

式中:  $\hat{h}_j^{[i]}(t), \hat{h}_{jd}^{[i]}(t) (i = 0, \dots, N; j = 1, 2, 3)$  分别表示欠

驱动 UUV 垂直面路径跟踪控制的预测输出  $\hat{h}_j(t)$  及期望输出  $\hat{h}_{jd}(t)$  对时间的导数, 泰勒级数的展开阶次为  $N$ 。

同样, 将性能指标  $J$  进行泰勒级数展开为:

$$\begin{aligned} J \approx \frac{1}{2}\mu_1[\boldsymbol{\tau}^T(T)\hat{\mathbf{y}}(t) - \boldsymbol{\tau}^T(T)\hat{\mathbf{y}}_d(t)]^T \cdot \\ [\boldsymbol{\tau}^T(T)\hat{\mathbf{y}}(t) - \boldsymbol{\tau}^T(T)\hat{\mathbf{y}}_d(t)] + \\ \frac{1}{2}\int_0^T [\mu_2(\boldsymbol{\tau}^T(\tau)\hat{\mathbf{y}}(t) - \boldsymbol{\tau}^T(\tau)\hat{\mathbf{y}}_d(t))^T \cdot (\boldsymbol{\tau}^T(\tau)\hat{\mathbf{y}}(t) - \\ \boldsymbol{\tau}^T(\tau)\hat{\mathbf{y}}_d(t)) + \mu_3\hat{\mathbf{u}}^T(t+\tau)\hat{\mathbf{u}}(t+\tau)]d\tau = \frac{1}{2}[\hat{\mathbf{y}}(t) - \\ \hat{\mathbf{y}}_d(t)]^T M[\hat{\mathbf{y}}(t) - \hat{\mathbf{y}}_d(t)] + \frac{1}{2}\mu_3\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{u}}(t)^T\hat{\mathbf{u}}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

式中:  $M = \mu_1 \tau(T) \tau^T(T) + \mu_2 \int_0^T \tau(\tau) \tau^T(\tau) d\tau$ 。

将式(16)对于  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  求导,并令其等于0,即等价于式(23),如下所示:

$$\left( \frac{\partial \hat{\mathbf{y}}(t)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(t)} \right)^T M (\hat{\mathbf{y}}(t) - \hat{\mathbf{y}}_d(t)) + \mu_3 T \hat{\mathbf{u}}(t) = 0 \quad (23)$$

$$\begin{cases} \hat{h}_i(t) = h_i = qi_{0,0} \\ \dot{\hat{h}}_i(t) = L_f h_i = qi_{1,0} \\ \hat{h}_i^{[2]}(t) = L_f^2 h_i + [L_{g_1} L_f h_i \quad L_{g_2} L_f h_i] \hat{\mathbf{u}}(t) = qi_{2,0} + qi_{2,1} \hat{\mathbf{u}}(t) \\ \hat{h}_i^{[3]}(t) = L_f^3 h_i + [L_{g_1} L_f^2 h_i + L_f L_{g_1} L_f h_i \quad L_{g_2} L_f^2 h_i + L_f L_{g_2} L_f h_i] \hat{\mathbf{u}}(t) + u_1^2(t) L_{g_1} L_f h_i + u_1(t) u_2(t) (L_{g_1} L_{g_2} L_f h_i + L_{g_2} L_{g_1} L_f h_i) + u_2^2(t) L_{g_2} L_f h_i = qi_{3,0} + qi_{3,1} \hat{\mathbf{u}}(t) + qi_{3,2} \hat{\mathbf{u}}^2(t) \end{cases} \quad (24)$$

式中:将输出  $\hat{h}_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 表示为具体输出 ( $x, z, \theta$ ), 则每项输出的系数如下。

1) 系统输出位置向量  $x$  的泰勒展开式中各阶次的系数为:

$$q1_{0,0} = x_4 \quad (25)$$

$$q1_{1,0} = L_f h_1 = x_1 \cos x_6 + x_2 \sin x_6 \quad (26)$$

$$q1_{2,0} = L_f^2 h_1 = \cos x_6 (a_{11} x_2 x_3 + a_{12} x_1) + \sin x_6 (a_{21} x_1 x_3 + a_{22} x_2) + x_3 (-x_1 \sin x_6 + x_2 \cos x_6) \quad (27)$$

$$q1_{2,1} = [L_{g_1} L_f h_1 \quad L_{g_2} L_f h_1] = [\cos x_6 / m_1 \quad 0] \quad (28)$$

$$q1_{3,0} = L_f^3 h_1 =$$

$$\begin{bmatrix} a_{12} \cos x_6 + a_{21} x_3 \sin x_6 - x_3 \sin x_6, \\ a_{11} x_3 \cos x_6 + a_{22} \sin x_6 + x_3 \cos x_6, \\ a_{11} x_2 \cos x_6 + a_{21} x_1 \sin x_6 - x_1 \sin x_6 + x_2 \cos x_6, 0, 0, \\ -\sin x_6 (a_{11} x_2 x_3 + a_{12} x_1) + \cos x_6 (a_{21} x_1 x_3 + a_{22} x_2) \\ + x_3 (-x_1 \cos x_6 - x_2 \sin x_6) \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$q1_{3,1} = [L_{g_1} L_f^2 h_1 + L_f L_{g_1} L_f h_1 \quad L_{g_2} L_f^2 h_1 + L_f L_{g_2} L_f h_1] \quad (30)$$

$$L_{g_1} L_f^2 h_1 = \frac{1}{m_1} (a_{12} \cos x_6 + a_{21} x_3 \sin x_6 - x_3 \sin x_6) \quad (31)$$

$$L_f L_{g_1} L_f h_1 = -\frac{1}{m_1} x_3 \sin x_6 \quad (32)$$

$$L_{g_2} L_f^2 h_1 =$$

$$\frac{1}{m_3} (a_{11} x_2 \cos x_6 + a_{21} x_1 \sin x_6 - x_1 \sin x_6 + x_2 \cos x_6) \quad (33)$$

$$L_f L_{g_2} L_f h_1 = 0 \quad (34)$$

$$q1_{3,2} = [L_{g_1}^2 L_f h_1 \quad L_{g_1} L_{g_2} L_f h_1 + L_{g_2} L_{g_1} L_f h_1 \quad L_{g_2}^2 L_f h_1] = [0 \quad 0 \quad 0] \quad (35)$$

2) 系统输出位置向量  $z$  的泰勒展开式中各阶次的系数为:

$$q2_{0,0} = h_2 = x_5 \quad (36)$$

$$q2_{1,0} = L_f h_2 = -x_1 \sin x_6 + x_2 \cos x_6 \quad (37)$$

由假设1可知,  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  的各阶导数都等于0,即  $\hat{\mathbf{u}}^{[i]}(t) = 0 (i \geq 1)$ , 所以当用泰勒展开式分析系统输出  $\hat{h}_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的各阶导数时,可以去掉  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  的各阶导数。通过李导数求解输出  $\hat{h}_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的各阶导数,如式(24)。

$$q2_{2,0} = L_f^2 h_2 = -\sin x_6 (a_{11} x_2 x_3 + a_{12} x_1) + \cos x_6 (a_{21} x_1 x_3 + a_{22} x_2) + x_3 (-x_1 \cos x_6 - x_2 \sin x_6) \quad (38)$$

$$q2_{2,1} = [L_{g_1} L_f h_2 \quad L_{g_2} L_f h_2] = \left[ -\frac{1}{m_1} \sin x_6 \quad 0 \right] \quad (39)$$

$$q2_{3,0} = L_f^3 h_2 =$$

$$\begin{bmatrix} -a_{12} \sin x_6 + a_{21} x_3 \cos x_6 - x_3 \cos x_6, \\ -a_{11} x_3 \sin x_6 + a_{22} \cos x_6 - x_3 \sin x_6, \\ -a_{11} x_2 \sin x_6 + a_{21} x_1 \cos x_6 - x_1 \cos x_6 - x_2 \sin x_6, 0, 0, \\ -\cos x_6 (a_{11} x_2 x_3 + a_{12} x_1) - \sin x_6 (a_{21} x_1 x_3 + a_{22} x_2) + x_3 (-x_1 \sin x_6 - x_2 \cos x_6) \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$q2_{3,1} = [L_{g_1} L_f^2 h_2 + L_f L_{g_1} L_f h_2 \quad L_{g_2} L_f^2 h_2 + L_f L_{g_2} L_f h_2] \quad (41)$$

$$L_{g_1} L_f^2 h_2 = \frac{1}{m_1} (-a_{12} \sin x_6 + a_{21} x_3 \cos x_6 - x_3 \cos x_6) \quad (42)$$

$$L_f L_{g_1} L_f h_2 = -\frac{1}{m_1} x_3 \sin x_6 \quad (43)$$

$$L_{g_2} L_f^2 h_2 =$$

$$\frac{1}{m_3} (-a_{11} x_2 \sin x_6 + a_{21} x_1 \cos x_6 - x_1 \cos x_6 - x_2 \sin x_6) \quad (44)$$

$$L_f L_{g_2} L_f h_2 = 0 \quad (45)$$

$$q2_{3,2} = [L_{g_1}^2 L_f h_2 \quad L_{g_1} L_{g_2} L_f h_2 + L_{g_2} L_{g_1} L_f h_2 \quad L_{g_2}^2 L_f h_2] = [0 \quad 0 \quad 0] \quad (46)$$

3) 系统输出角度向量  $\theta$  的泰勒展开式中各阶次的系数为:

$$q3_{0,0} = h_3 = x_6 \quad (47)$$

$$q3_{1,0} = L_f h_3 = x_3 \quad (48)$$

$$q3_{2,0} = L_f^2 h_3 = a_{31} x_1 x_2 + a_{32} x_3 + a_{33} \sin x_6 \quad (49)$$

$$q3_{2,1} = [L_{g_1} L_f h_3 \quad L_{g_2} L_f h_3] = \left[ 0 \quad \frac{1}{m_3} \right] \quad (50)$$

$$q\mathfrak{z}_{3,0} = L_f^3 h_3 = [a_{31}x_2, a_{31}x_1, a_{32}, 0, 0, a_{33}\cos x_6] \quad (51)$$

$$q\mathfrak{z}_{3,1} = [L_{g_1}L_f^2 h_3 + L_f L_{g_1} L_f h_3 \quad L_{g_2}L_f^2 h_3 + L_f L_{g_2} L_f h_3] \quad (52)$$

$$L_{g_1}L_f^2 h_3 = \frac{1}{m_1} a_{31}x_2 \quad (53)$$

$$L_f L_{g_1} L_f h_3 = 0 \quad (54)$$

$$L_{g_2}L_f^2 h_3 = \frac{1}{m_3} a_{32} \quad (55)$$

$$L_f L_{g_2} L_f h_3 = 0 \quad (56)$$

$$q\mathfrak{z}_{3,2} = [L_{g_1}^2 L_f h_3 \quad L_{g_1} L_{g_2} L_f h_3 + L_{g_2} L_{g_1} L_f h_3 \quad L_{g_2}^2 L_f h_3] = [0 \quad 0 \quad 0] \quad (57)$$

本文选泰勒展开阶次为  $N = 3$ , 当令  $L = 2$  时, 可将系统预测输出  $\hat{\mathbf{y}}(t)$  的各阶导数表示成与控制输入  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  有关的多项式, 则各对应  $\hat{\mathbf{u}}^i(t)$  项的系数用一个向量表示为:

$$q \cdot \cdot \cdot_{.i}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} q1_{\cdot \cdot \cdot .i}(\mathbf{x}) \\ q2_{\cdot \cdot \cdot .i}(\mathbf{x}) \\ q3_{\cdot \cdot \cdot .i}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad i = 0, \dots, L \quad (58)$$

上述向量中的各分量又可表示成向量:

$$qk_{\cdot \cdot \cdot .i}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} qk_{0,i}(\mathbf{x}) \\ qk_{1,i}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ qk_{N,i}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, 3; i = 0, \dots, L \quad (59)$$

由预测输出的泰勒展开式的各阶次系数可得到, 某些项的系数为 0, 系数不等于 0 的系数有  $qk_{0,0}(\mathbf{x})$ 、 $qk_{1,0}(\mathbf{x})$ 、 $qk_{2,0}(\mathbf{x})$ 、 $qk_{2,1}(\mathbf{x})$ 、 $qk_{3,0}(\mathbf{x})$ 、 $qk_{3,1}(\mathbf{x})$  等 6 项。因此输出向量  $\hat{\mathbf{y}}(t)$  用控制输入作为变量表示为:

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = [q \cdot \cdot \cdot_{.0}(\mathbf{x}) \quad q \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x}) \quad \dots] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}(t) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{u}}^L(t) \end{bmatrix} \quad (60)$$

由于  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  的系数从二次方开始就为 0, 因此, 可以不计  $\hat{\mathbf{u}}^i(1 \leq i \leq L)$  的二次方及大于二次方的项。

综上, 将上述分析得到的系统输出的泰勒展开式代入到式(12)中, 得到:

$$q \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x})M(q \cdot \cdot \cdot_{.0}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{y}}_d(t)) + (q \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x})Mq \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x}) + M_3)\hat{\mathbf{u}}(t) = 0 \quad (61)$$

式中:  $M_3 = \begin{bmatrix} \mu_3 T & 0 \\ 0 & \mu_3 T \end{bmatrix}$ 。

求解式(61), 得到欠驱动 UUV 垂直面路径跟踪控制器的解析解为:

$$\hat{\mathbf{u}}(t) = -(q \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x})Mq \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x}) + M_3)^{-1} \cdot q \cdot \cdot \cdot_{.1}(\mathbf{x})M(q \cdot \cdot \cdot_{.0}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{y}}_d(t)) \quad (62)$$

### 3 仿真结果与分析

在本文中, 针对上述所设计的欠驱动 UUV 垂直面路径跟踪控制器, 以正弦路径为例, 进行路径跟踪控制仿真实验, 证明所设计的控制器的有效性。

欠驱动 UUV 系统的质量系数、水动力系数和阻尼项分别为<sup>[17]</sup>  $m = 185 \text{ kg}$ ,  $I_y = 130 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $X_u = -30 \text{ kg}$ ,  $Z_w = -80 \text{ kg}$ ,  $M_q = 50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}$ ,  $X_u = 70 \text{ kg/m}$ ,  $X_u|u| = 100 \text{ kg/m}$ ,  $Z_w = 100 \text{ kg/m}$ ,  $Z_w|w| = 200 \text{ kg/m}$ ,  $M_q = 50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad}^{-2}$ ,  $M_q|q| = 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad}^{-2}$ 。

选取正弦期望路径和角度为:

$$\begin{cases} x_d = t \\ z_d = 20\sin(0.01t) \\ \theta_d = \arctan(-z'_d/x'_d) \end{cases} \quad (63)$$

欠驱动 UUV 的初始位置和角度为  $(x, z, \theta) = (-2, -35, 0)$ , 预测周期为  $T = 1 \text{ s}$ , 控制器中相关参数为  $\mu_1 = 0.8, \mu_2 = 20$ 。基于 MATLAB 的仿真结果如图 1~5 所示。

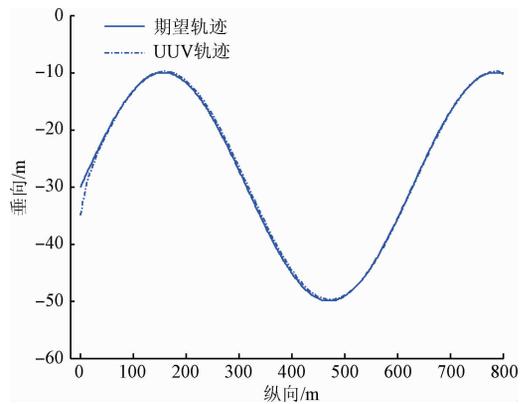
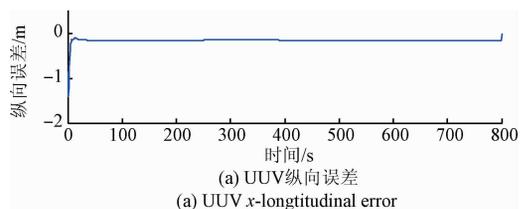
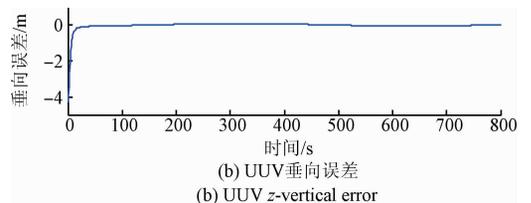


图 1 欠驱动 UUV 垂直面正弦路径跟踪  
Fig. 1 Vertical sinusoidal path tracking of the underactuated UUV



(a) UUV x-longitudinal error



(b) UUV z-vertical error

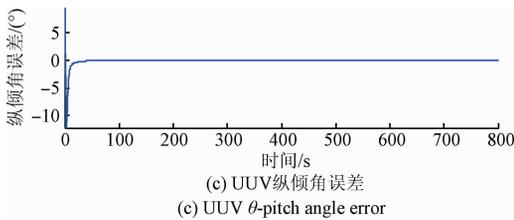


图2 欠驱动 UUV 位置误差和角度误差  
Fig. 2 Position error and angle error of the underactuated UUV

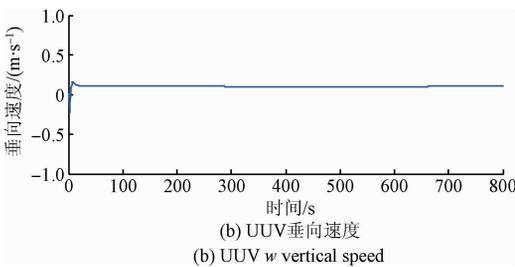
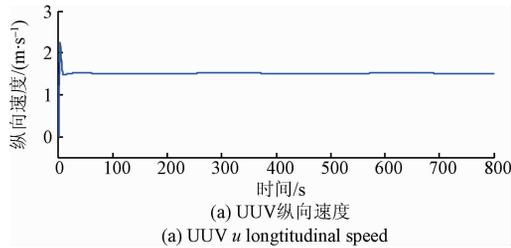


图3 欠驱动 UUV 纵向速度和垂向速度  
Fig. 3 Longitudinal speed and vertical speed of the underactuated UUV

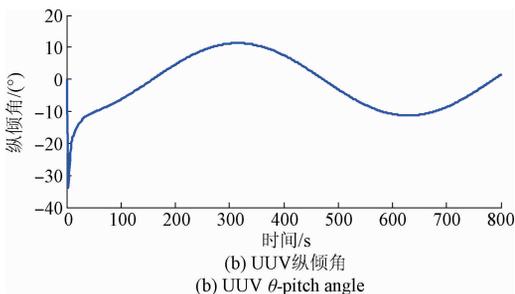
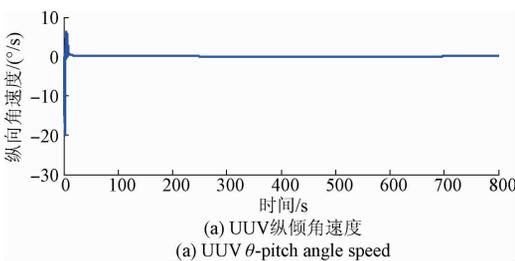


图4 欠驱动 UUV 纵倾角角速度和纵倾角角度  
Fig. 4 Pitch angle speed and pitch angle of the underactuated UUV

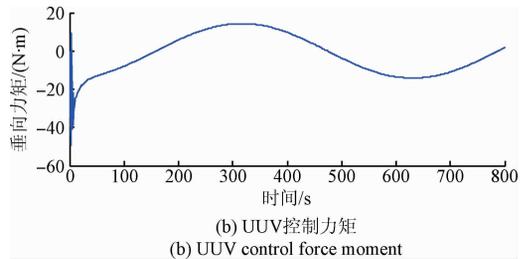
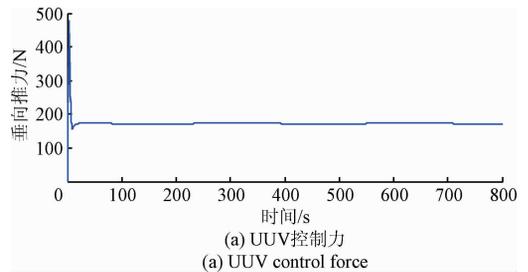


图5 欠驱动 UUV 垂直面路径跟踪控制输入  
Fig. 5 Vertical path tracking control input of the underactuated UUV

从图1可以看出,UUV在初始位置与期望正弦路径存在较大误差,但在设计的路径跟踪控制器的作用下,能较快跟踪上给定的期望路径,达到较好的路径跟踪目的。从图2可以看出,UUV在固定坐标系下的实际行驶位置与期望路径曲线仍存在一定的误差,位置误差 $X_e$ 、 $Z_e$ 较小, $X_e$ 在 $(-0.15, -0.08)$ (单位为m), $Z_e$ 在 $(-0.25, 0.29)$ (单位为m),在这两个方向上的位置误差与UUV的长、宽、高相比较小,所以误差在允许的范围内,因此,能说明UUV在该控制器的作用下能精确跟踪上期望路径;角度误差 $\theta_e$ 在 $(-0.08, 0.08)$ (单位为 $^\circ$ )波动,可见,角度误差非常小,证明了欠驱动UUV的纵倾角可以跟踪上期望路径角度。从图3可以看出,在跟踪的初始时刻,纵向速度和垂向速度都出现了较大变化,但在UUV跟踪上期望路径后,纵向速度和垂向速度都趋于平稳,并以周期性变化,并且可以看出垂向速度 $w$ 的值较小,因为本文的欠驱动UUV在垂向运动上没有直接的推进执行机构,而是间接受艇尾的俯仰舵的调节,所以仿真结果显示的垂向速度 $w$ 的响应曲线与实际情况相符。从图4可以看出,纵倾角角速度在跟踪给定路径的开始阶段一直在变化,当跟踪上期望路径后,角速度趋于稳定,而欠驱动UUV的纵倾角与期望纵倾角的变化趋势及周期都相符。从图5可以看出,在跟踪的初始时刻,输入推力与力矩都发生较大幅度的变化,当跟踪上UUV后,变化逐渐趋于平稳,并在一定周期内波动,而控制输入力较快趋于稳定变化,使得UUV的纵向速度能快速趋于稳定并到达期望值,并且能看出,纵向速度 $u$ 的变化趋势与控制输入力的变化趋势与周期都相同;俯仰舵输出的控制力矩 $\tau_q$ 是纵

倾角角度和纵倾角速度变化的原因,其变化趋势和周期与纵倾角  $\theta$  相一致。综上,仿真结果证明了控制器设计的有效性,欠驱动 UUV 在该控制器的控制作用下,能够快速并稳定的跟踪期望路径,实现路径跟踪的目的。

## 4 试验验证

本文进行试验验证所采用的 UUV 为 BSAV-II 型欠驱动航行器,如图 6 所示。该航行器艏部有一个主推,为航行器提供主要推力;艏部有一对十字舵,用于控制航行器的方向和潜浮;在艏部和头部各有一个垂直槽道推进器,在艏部有一个水平槽道推进器,槽道推进器主要用于适当调节航行器的航行角度;另外,航行器配备惯导系统、声纳、摄像机等一系列辅助设备。由于试验条件以及设备等相关因素的限制,在试验验证中未跟踪正弦型路径,设计一条梯形路径让 UUV 进行跟踪验证。



图 6 BSAV-II 型欠驱动 UUV

Fig. 6 BSAV-II type underactuated UUV

设计 UUV 的起点为  $(1, 0, 0)$ , 期望轨迹起点为  $(1, 0, 3.5)$ , 具体试验结果如图 7 所示。

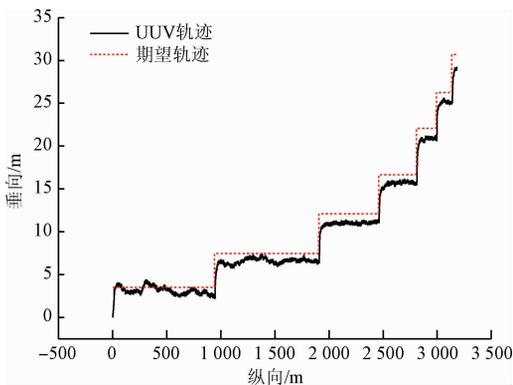


图 7 欠驱动 UUV 垂直面梯形路径跟踪试验

Fig. 7 Vertical trapezoid path tracking test diagram of the underactuated UUV

从图 7 的试验结果来看,UUV 能够在一定误差范围内跟踪上规划的梯形路径,误差保持在 1.5 m 范围内,满足实际应用的要求,从而证明了算法的有效性,能够实现路径跟踪。

## 5 结 论

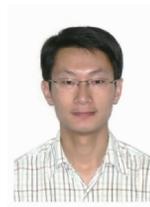
对于欠驱动 UUV 垂直面路径跟踪问题,本文基于一种非线性模型预测控制算法求解出了最优控制律,设计了垂直面路径跟踪控制器,并通过仿真验证了控制器的有效性,实验表明在该控制器的作用下,UUV 能快速并稳定地跟踪上期望路径。

## 参考文献

- [1] 王栋,朱虹,康凯,等. 基于背景补偿引导的动态场景下目标跟踪算法[J]. 仪器仪表学报,2014,35(6): 1433-1440.  
WANG D, ZHU H, KANG K, et al. Target tracking algorithm based on background compensation in dynamic scene [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(6): 1433-1440.
- [2] 王颖,雷斌. 基于雷达信噪比模型的目标跟踪算法研究[J]. 国外电子测量技术,2015,34(1):28-31,35.  
WANG Y, LEI B. Research on object tracking algorithms based on a model to radar noise-signal ratio [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2015, 34(1): 28-31,35.
- [3] 岳元,李丽亚,祁蒙. 多目标跟踪在红外制导系统中的应用[J]. 电子测量技术,2017,40(3):103-107.  
YUE Y, LI L Y, QI M. Application of multi-target tracking in infrared guidance system [J]. Electronic Measurement Technology, 2017, 40(3): 103-107.
- [4] 李峥,李宇,黄勇,等. 水下目标自主连续跟踪与定位算法研究[J]. 仪器仪表学报,2012,33(3):520-528.  
LI ZH, LI Y, HUANG Y, et al. Study of automatic continuous tracking and location algorithm for underwater target [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(3): 520-528.
- [5] LI ZH. Path following with roll constraints for marine surface vessels in wave fields [D]. Michigan: University of Michigan, 2009.
- [6] 杜亮,严卫生,高剑,等. 波浪干扰下的 AUV 纵向运动建模与模型预测控制[J]. 系统仿真学报,2012,24(6): 1180-1184.  
DU L, YAN W SH, GAO J, et al. AUV longitudinal motion modeling and model predictive control under wave interference [J]. Journal of System Simulation, 2012, 24(6): 1180-1184.
- [7] 王晓飞. 基于解析模型预测控制的欠驱动船舶路径跟踪控制研究[D]. 上海:上海交通大学,2009.  
WANG X F. Research on trajectory tracking control of underactuated ship based on analytic model predictive

- control [D]. Shanghai :Shanghai Jiao Tong University, 2009.
- [ 8 ] STEENSON L V, TURNOCK S R, PHILLIPS A B. Model predictive control of a hybrid autonomous underwater vehicle with experimental verification [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part M: Journal of Engineering for Maritime Environment, 2014, 228(2): 166-179.
- [ 9 ] 眭翔, 张明, 曾庆军, 等. 海洋工程水下结构检测与清污机器人广义预测控制研究[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(6): 1993-1996, 2000.
- SUI X, ZHANG M, ZENG Q J, et al. Research on generalized predictive control of a detective and decontaminating underwater vehicle oriented to ocean engineering [J]. Computer Measurement and Control, 2015, 23(6): 1993-1996, 2000.
- [ 10 ] 高剑, 刘昌鑫. 基于应答器位置测量的 AUV 非线性模型预测对接控制[J]. 西北工业大学学报, 2015, 33(5): 860-866.
- GAO J, LIU CH X. Non-linear model predictive docking control based on responder location measurement [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2015, 33(5): 860-866.
- [ 11 ] OH S R, SUN J. Path following of underactuated marine surface vessels using line of sight based model predictive control [J]. Ocean Engineering, 2010, 37(2-3): 289-295.
- [ 12 ] 李智勇, 余小萍, 姜真, 等. 基于蛙眼检测模型的双阈值判定目标跟踪方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(2): 187-195.
- LI ZH Y, YU X P, JIANG ZH, et al. Dual-threshold determination tracking method based on frog visual detection model [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2015, 29(2): 187-195.
- [ 13 ] DO K D, PAN J. Control of ships and underwater vehicles: Design for underactuated and nonlinear marine systems [M]. London: Springer-Verlag, Publication, 2009: 295-311.
- [ 14 ] 张勋, 边信黔, 严浙平, 等. 基于海流剖面的 UUV 辅助导航方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(6): 147-153.
- ZHANG X, BIAN X Q, YAN ZH P, et al. Aided navigation method for UUV based on current profile [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(6): 147-153.
- [ 15 ] 邓伟, 刘平, 李贻斌, 等. 基于模型预测控制的排爆机器人轨迹跟踪算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(增刊1): 1-6.
- DENG W, LIU P, LI Y B, et al. Research on end trajectory tracking algorithm of explosive ordnance disposal (EOD) robot based on model predictive control [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(Suppl. 1): 1-6.
- [ 16 ] 刘文龙. 基于 T-S 模糊模型的多变量非线性预测控制[J]. 电子测量与仪器学报, 2013, 27(10): 998-1003.
- LIU W L. Multivariable nonlinear predictive control based on T-S fuzzy model [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2013, 27(10): 998-1003.
- [ 17 ] 徐健, 汪慢, 乔磊. 欠驱动无人水下航行器三维轨迹跟踪的反步控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1589-1596.
- XU J, WANG M, QIAO L. Backstepping-based controller for three-dimensional trajectory tracking of underactuated unmanned underwater vehicles [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(11): 1589-1596.

## 作者简介



张伟, 2001 年于江苏科技大学获得学士学位, 分别在 2004 年和 2006 年于哈尔滨工程大学获得硕士学位和博士学位, 现为哈尔滨工程大学教授, 主要研究方向为水下无人航行器总体设计、数学建模、智能控制和数据融合等。

E-mail: dawizw@163.com

**Zhang Wei** received his B. Sc. degree from Jiangsu University of Science and Technology in 2001, received his M. Sc. and Ph. D. degrees both from Harbin Engineering University in 2004 and 2006, respectively. Now, he is a professor in Harbin Engineering University. His main research interest includes the overall design, mathematical modeling, intelligent control and data fusion of underwater unmanned aircraft.



郁晨曦(通讯作者), 2015 年于哈尔滨工程大学获得学士学位, 现为哈尔滨工程大学硕士研究生, 主要研究方向为自主水下航行器智能控制。

E-mail: 1582188415@qq.com

**Yu Chenxi** (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2015. Now, she is a M. Sc. candidate in Harbin Engineering University. Her main research interest includes intelligent control of unmanned underwater vehicle.