

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2413133

水下惯性导航系统的快速综合校正*

奔 粤 阳, 王 健 成, 龚 胜, 李 倩

(哈尔滨工程大学智能科学与工程学院 哈尔滨 150001)

摘 要:地形匹配能够提供位置信息,以校正惯性导航系统(INS)。然而,由于水下航行器在深度地理信息特征图可匹配区域内的航行时间通常有限,以及地形匹配提供的位置信息不确定性,这些因素导致可用时长信息段未知,并且误差特性呈现为一种方差变化的高斯分布等一系列问题。针对这些问题,提出了一种基于量测信息性能监测的自适应卡尔曼滤波(MMAKF)算法。首先,基于数据回溯技术设计正逆向自适应卡尔曼滤波;然后,将滤波结果用于校正 INS。海上试验结果表明,对于短时段的位置信息,使用提出的 MMAKF 算法对 INS 进行综合校正后,无论是位置还是姿态都修正到了基准值附近,从而实现了水下 INS 的快速综合校正。

关键词:水下综合校正;数据回溯;逆向自适应滤波

中图分类号: TH89 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.99

Rapid comprehensive calibration for the underwater inertial navigation system

Ben Yueyang, Wang Jiancheng, Gong Sheng, Li Qian

(College of Intelligent Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Terrain matching can provide position information to calibrate the inertial navigation system (INS). However, underwater vehicles are often limited in their operational time within areas where the depth geographic information feature map can be matched. The position information provided by terrain matching is inherently uncertain. These factors lead to several challenges, including unknown segments of usable information and error characteristics that exhibit a variance-changing Gaussian distribution. To address these issues, this article proposes an adaptive Kalman filter based on performance monitoring of the measurement information (MMAKF) algorithm. First, a forward and backward adaptive Kalman filter utilizing data backtracking technology is designed. Then, the filtering results are employed to calibrate the INS. The results of sea tests show that the proposed MMAKF algorithm is effective for the comprehensive calibration of the INS during short-duration position information. This calibration method effectively corrects both position and attitude to values close to the reference, thereby achieving rapid and comprehensive calibration of the underwater INS.

Keywords: underwater comprehensive calibration; data backtracking; backward adaptive filter

0 引 言

惯性导航系统(inertial navigation system, INS)是自主的导航系统^[1-2],但是 INS 的误差会随时间不断积累,因此需要外部传感器去修正积累的误差^[3-4]。为了保证 INS 在水下导航的准确性,必须对 INS 进行不定时的综合校正^[5-6]。

对于 INS 综合校正方法而言,一类为 Benso 提出的

经典两点或三点综合校正方法^[7],在 OEPQ 坐标系或地理坐标系下构建位置误差、陀螺漂移以及航向误差之间的耦合关系,在此基础上进一步利用离散的两点或三点位置信息计算陀螺漂移以及航向误差。该方法要求离散的两点或三点位置信息采样间隔大于数小时,这是为了保证 INS 各种误差源所引起的位置误差在离散时间点上具有一定差异^[8],从而在求解 INS 误差源与位置误差联立方程组时,可以满足方程组满秩的要求。执行上述算法时,整个综合校正过程将持续数小时,同时航行器需要

间隔数小时航行至深度地理信息特征图可匹配区域,这必将影响航行器航行与作业效率。

另一类综合校正方法为应用卡尔曼滤波的综合校正方法,即利用外界位置信息的组合导航方法^[9]。该方法通过计算 INS 自身解算的位置与外界位置信息作差值,并利用该位置差值作为量测信息估计卡尔曼滤波器状态量,在此基础上将估计得到的 INS 误差进行输出校正或反馈校正,从而达到校正 INS 的目的^[10]。但是,卡尔曼滤波器需要一段时间连续的外界位置信息来完成估计过程,以 1 Hz 外界位置信息为例,一般需要数十分钟才能达到滤波估计收敛状态^[11],然而航行器在深度地理信息特征图可匹配区域里航行时间往往有限,因此无法提供长时间外界位置信息,难以实现滤波收敛。

20 世纪 60 年代,国外综合校正技术开始受到关注。1961 年,Sperry 公司在其产品手册中首次系统性地阐述了船用 INS 的重调方法。Benso 等^[7]于 1963 年提出了海基导弹系统的外部位置校正方案,推导了重调距离等方程。1966 年,Bona 等^[12]提出了一种结合外部位置信息的优化校正方案,运用卡尔曼滤波技术进行系统误差调整。1973 年,Hutchinson 等^[13]在建立空间稳定型 INS 模型的基础上,讨论了外部位置信息辅助的最优校正方案。至 70 年代,INS 的综合校正技术已趋于成熟。

国内综合校正技术的研究始于上世纪 80 年代。自 1988 年万德钧等^[8]提出陀螺漂移估计和补偿方案以来,该领域的研究逐渐深入,形成了多种点校方案,为技术发展奠定了基础。2012 年,李魁等^[14]在全阻尼条件下提出一种校正方案,利用不定期获取的外部参考位置去计算陀螺漂移并进行修正。随后,研究者们探索了无阻尼两点校方案、间断位置信息辅助的三点校方案等多种校正方案,显著提升了 INS 的导航精度。2019 年,Ben 等^[5]提出外速度信息辅助的综合校正方案,展示了在不同应用场景下提升导航精度的潜力。总体来看,这些研究不断推动了 INS 技术的发展,为实际应用提供了有效的解决方案。

尽管已有方法较为成熟,但大多数方法对外界信息的依赖较强,面对动态变化的环境,其性能表现仍然受到限制。因此,针对特定环境下的 INS 校正需求,提出合适的新方法仍至关重要。

当水下导航利用地形匹配提供位置信息时,由于航行器航行区域的不可预测性,导致匹配可用时长信息段未知^[15]。对于只能提供短时段的可用时长信息段的情况,若将其作为量测,并采用卡尔曼滤波形式的综合校正方法,滤波并未收敛,校正一个错误的信息将会降低系统的精度甚至导致系统发散^[16]。为了解决上述问题,提出一种基于量测信息性能监测的自适应卡尔曼滤波(adaptive Kalman filter based on performance monitoring of measurement infor-

mation, MMAKF)算法,面临的主要问题有 2 点:第 1 点是如何使用短时段的位置信息使滤波收敛稳定;第 2 点是由于地形匹配提供位置信息作为量测时,将导致量测噪声统计特性是一种方差变化的高斯分布。

主要提出一种 MMAKF 算法,对于第 1 点问题,在对准方面,Yang 等^[17]提出了数据回溯的思想,对于短时段的可用信息段,通过正向逆向的滤波使系统收敛到一个稳定值,本文将采用基于数据回溯的思想去实现短时段的位置信息使滤波收敛;对于第 2 点问题,为了处理量测噪声方差变化的情况,本文将采用基于指数渐消记忆加权的自适应方法去估计量测噪声方差矩阵,从而消除量测噪声方差变化对系统的影响。最后,通过海上试验验证了本文提出的 MMAKF 算法在工程上的可行性。

1 INS 建模和地形匹配提供位置信息质量分析

1.1 INS 建模

选取东北天(E-N-U)作为导航坐标系(n 系)、右前上作为载体坐标系(b 系)。根据文献^[18]中的 INS 的误差方程进行滤波建模,状态量选取如下所示:

$$\mathbf{x} = [\delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \delta v_E^n \quad \delta v_N^n \quad \delta v_U^n \quad \phi_E^n \quad \phi_N^n \quad \phi_U^n \quad \varepsilon_x^b \quad \varepsilon_y^b \quad \varepsilon_z^b \quad \nabla_x^b \quad \nabla_y^b \quad \nabla_z^b]^T \quad (1)$$

式中:上标 n 、 b 分别表示在 n 系和 b 系的投影;下标 E 、 N 、 U 分别表示在 n 系的东北天坐标轴上的投影;下标 x 、 y 、 z 分别表示在 b 系的右前上坐标轴上的投影; δL 为纬度误差; $\delta \lambda$ 为经度误差; δh 为高度误差; δv 为速度误差; ϕ 为失准角; ε 为陀螺常值漂移; ∇ 加速度计常值偏差。

选取 INS 的位置与根据地形匹配提供位置信息之差作为量测,系统模型为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (2)$$

式中:下标 k 、 $k-1$ 分别表示 k 时刻和 $k-1$ 时刻; \mathbf{x} 、 \mathbf{z} 分别为状态向量和量测向量; \mathbf{F} 为状态转移矩阵; \mathbf{G} 为过程噪声耦合矩阵; \mathbf{H} 为观测矩阵, $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 12}]$; \mathbf{w} 、 \mathbf{v} 分别为过程噪声向量和量测噪声向量。

1.2 地形匹配提供位置信息质量分析

根据 ICCP 匹配算法^[19]、粒子滤波(particle filter, PF)匹配算法^[20]提供位置误差的结果,可以发现无论哪一种匹配算法,匹配提供位置信息作为量测时,其噪声服从方差变化的高斯分布。若想将匹配提供位置信息作为量测,则需要考虑对量测噪声方差矩阵进行自适应。若不考虑上述情况将大大降低 INS 的导航精度。

在中国的山东省威海市环翠区诸岛北部的黄海海域通过多波束测深仪(multibeam echosounder, MBES)进行深度测量,将 MBES 预先测量的深度信息进行预处理。

首先,基于伪输入高斯过程预测插值;然后,利用 Marching squares 算法生成高精度等深线如图 1 所示。

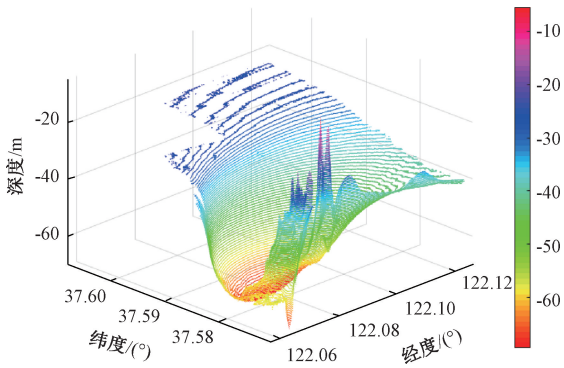


图 1 高精度等深线

Fig. 1 High-precision contour lines

测绘完成后,进行海试试验,利用多波束的中央波束作为量测量,采用基于 PF 的地形匹配算法,实现地形匹配。试验所用各设备参数如表 1 所示。

表 1 设备参数

Table 1 Equipment parameters

设备参数	参数项	参数
INS 参数	陀螺仪零偏稳定性	$0.01^{\circ} \cdot \text{h}^{-1}$
	加速度计零偏稳定性	$5 \times 10^{-5} \text{ g}$
MBES 参数	测深精度	1.25 cm
高精度等深线参数	分辨率	5 m
	经度范围	$37.571^{\circ} \sim 37.607^{\circ}$
	纬度范围	$122.058^{\circ} \sim 122.122^{\circ}$

如图 2 所示,当试验船驶入等深线图之前,处于不可匹配区域,将无法进行地形匹配,不能提供位置信息进行组合。

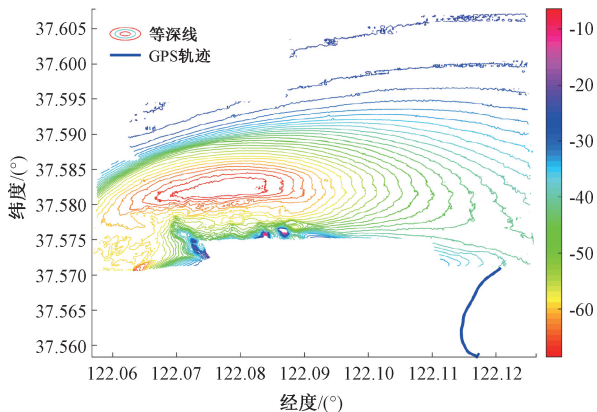


图 2 不可匹配区域航行轨迹

Fig. 2 Unmatched region navigation trajectory

由于该场地位于盆地测量区,因此大部分区域都能够实现成功匹配,尽管偶尔会出现匹配失败的情况。经过 5 min 基于 PF 算法的地形匹配轨迹与真实轨迹的对比结果如图 3 所示,地形匹配轨迹与真实轨迹的位置误差如图 4 所示,这一结果为后续海试试验分析提供了支持。

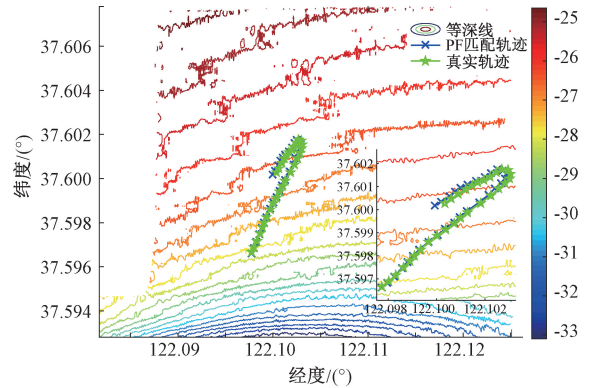


图 3 地形匹配轨迹与真实轨迹对比

Fig. 3 Comparison of terrain matching trajectory and actual trajectory

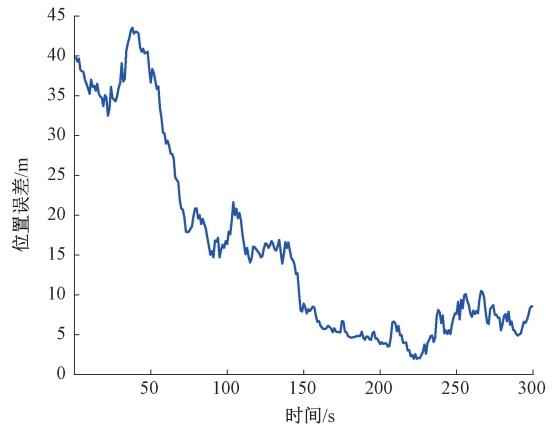


图 4 地形匹配的位置误差

Fig. 4 Position error of terrain matching

图 4 中可以看出,位置误差都在 100 m 内,但是处于波动的,噪声可以假设服从方差变化的高斯分布。若想根据地形匹配的位置信息进行组合导航,必须考虑方差变化问题,需要利用自适应滤波来提高组合导航的精度。

以上便是地形匹配提供位置信息质量分析,针对短时段的位置信息,若用匹配提供位置信息去校正 INS,则需要对匹配的位置信息进行性能监测。需要监测地形匹配提供位置信息量满足不少于 5 min,若满足上述条件,便可采用本文提出的 MMAKF 算法去实现 INS 的快速综合校正。

2 MMAKF 算法

2.1 自适应技术

若用地形匹配提供位置信息作为量测,需要假设量测噪声服从方差变化的高斯分布。这里将通过指数渐消记忆加权平均的自适应方法来估计量测噪声方差矩阵,利用估计值去消除量测噪声方差变化对系统的影响。

在 Sage-Husa 滤波中,量测噪声方差矩阵用一种等加权递推的自适应方法进行估计:

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + \frac{1}{k} (\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^T - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T) \quad (3)$$

式中: $\hat{\mathbf{R}}_k$ 为量测噪声方差阵的估计; $\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}$ 为量测一步预测误差; $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 为状态一步预测均方误差矩阵; 记 $\boldsymbol{\rho}_k \triangleq \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^T - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T$ 。

在式(3)中,随着 k 的增大,自适应能力将逐渐减弱,当 $k \rightarrow \infty$ 时,几乎失去自适应效果。为了维持自适应能力,将式(3)改进为指数渐消记忆加权平均的自适应估计:

$$\hat{\mathbf{R}}_k = (1 - \beta_k) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + \beta_k \boldsymbol{\rho}_k \quad (4)$$

$$\beta_k = \frac{\beta_{k-1}}{\beta_{k-1} + b} \quad (5)$$

式中: β_k 为权重系数,初值为 1; b 为渐消因子,常取值为 0.9~0.999,其取值越小对量测噪声变化的自适应能力就越强,同时噪声估计波动就越大^[21]。

$\hat{\mathbf{R}}_k$ 为对角线矩阵,为了保证 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 的正定性,将采用序贯滤波的方法^[22],同时将 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 对角线每个元素的大小进行限制。

序贯滤波的第 i 个标量的序贯量测方程为:

$$z_k^{(i)} = \mathbf{H}_k^{(i)} \mathbf{x}_k + v_k^{(i)} \quad (6)$$

式中: $z_k^{(i)}$ 、 $v_k^{(i)}$ 分别为对应向量的第 i 个元素; $\mathbf{H}_k^{(i)}$ 为 \mathbf{H}_k 的第 i 行向量。

根据故障检测与隔离的思想,将对 $\hat{\mathbf{R}}_k^{(i)}$ 的大小进行限制:

$$\hat{\mathbf{R}}_k^{(i)} = \begin{cases} R_{\min}^{(i)}, & \rho_k^{(i)} < R_{\min}^{(i)} \\ R_{\max}^{(i)}, & \rho_k^{(i)} > R_{\max}^{(i)} \\ (1 - \beta_k) \hat{\mathbf{R}}_{k-1}^{(i)} + \beta_k \rho_k^{(i)}, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $R_{\min}^{(i)}$ 、 $R_{\max}^{(i)}$ 、 $\rho_k^{(i)}$ 分别为对应矩阵的第 i 个对角线元素; $R_{\min}^{(i)}$ 为下限条件,其用于保证 $\hat{\mathbf{R}}_k^{(i)}$ 为正; $R_{\max}^{(i)}$ 为上限条件,其用于降低量测的可信度,同时也用于判断量测是否存在异常,若 $\hat{\mathbf{R}}_k^{(i)}$ 超过上限条件则认为本次量测出现异常,放弃本次量测更新。通过上述的 $\hat{\mathbf{R}}_k^{(i)}$ 的大小进行限制,即可以保证滤波的可靠性,同时也维持了较好的自适

应能力。

2.2 数据回溯技术

本文采用的数据回溯技术就是基于可用信息段反复利用正逆向滤波使滤波稳定。Yang 等^[17]通过对比正向与逆向的离散型解析表达式,得出正向与逆向的导航算法离散形式是一致的,只需进行相应的变量取反。对于逆向导航而言,需要将正向导航的终值作为逆向导航的初值,其中逆向计算速度初值 $\tilde{\mathbf{v}}_0^n$ 是正向计算速度终值 $\tilde{\mathbf{v}}_m^n$ 取反,同时需要将计算地球自转角速度 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ie}$ 和陀螺仪测量的角速度 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}$ 取反,这样便实现了逆向导航,其中, $\tilde{\mathbf{v}}_m^n = \mathbf{v}_m^n + \delta \mathbf{v}_m^n$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ie} = \boldsymbol{\omega}_{ie} + \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib} = \boldsymbol{\omega}_{ib} + \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}$, \mathbf{v}_m^n 为正向速度终值, $\boldsymbol{\omega}_{ie}$ 为地球自转角速度, $\boldsymbol{\omega}_{ib}$ 为理论上的角速度, $\delta \cdot$ 表示对应的误差。逆向导航变量取反情况如表 2 所示,表中, $\tilde{\cdot}$ 表示对应的逆向导航变量。

表 2 逆向导航变量取反表

Table 2 Reverse navigation variables take reverse table

导航系统	正逆向导航取反的变量
正向导航	$\tilde{\mathbf{v}}_m^n, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ie}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}$
逆向导航	$\tilde{\tilde{\mathbf{v}}}_0^n = -\tilde{\mathbf{v}}_m^n, \tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_{ie} = -\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ie}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_{ib} = -\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}$

根据逆向导航时的取反情况可知, $\tilde{\tilde{\mathbf{v}}}_0^n = -\mathbf{v}_m^n - \delta \mathbf{v}_m^n$, $\tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_{ib} = -\boldsymbol{\omega}_{ib} - \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}$, 在实现逆向自适应卡尔曼滤波 (adaptive Kalman filter, AKF) 的建模时,理论上也应该将状态向量中的速度误差初值和陀螺常值漂移初值进行取反。为了实现逆向 AKF 的建模,需要重新推导逆向误差方程,详细推导过程如下:

INS 的正向误差方程^[23]:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \boldsymbol{\phi} \times \boldsymbol{\omega}_{in}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n - \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^n \quad (8)$$

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{f}^n \times \boldsymbol{\phi} + \mathbf{v}^n \times (2\delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{f}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (9)$$

$$\delta \dot{L} = \frac{1}{R_M + h} \delta v_N - \frac{v_N}{(R_M + h)^2} \delta h \quad (10)$$

$$\delta \dot{\lambda} = \frac{\sec L}{R_N + h} \delta v_E + \frac{v_E \sec L \tan L}{R_N + h} \delta L - \frac{v_E \sec L}{(R_N + h)^2} \delta h \quad (11)$$

$$\delta \dot{h} = \delta v_U \quad (12)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_{in}^n$ 为 n 系相对于惯性系的角速度; $\delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n$ 为 $\boldsymbol{\omega}_{in}^n$ 的误差; \mathbf{f}^n 为理论上的比力; \mathbf{v}^n 为速度; $\delta \mathbf{v}^n$ 为速度误差; $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 为 n 系相对地球坐标系的角速度; $\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 为 $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 的误差; $\delta \mathbf{f}^n$ 为加速度计测量误差; $\delta \mathbf{g}^n$ 为当地重力的误差; L 为纬度; R_M 、 R_N 分别为子午圈曲率半径和卯酉圈曲率半径。

将式(8)~(12)进行离散化:

$$\boldsymbol{\phi}_k = [\mathbf{I} - t_s(\boldsymbol{\omega}_{ink-1}^n \times)] \boldsymbol{\phi}_{k-1} + t_s(\delta\boldsymbol{\omega}_{ink-1}^n - \delta\boldsymbol{\omega}_{ibk}^n) \quad (13)$$

$$\delta\mathbf{v}_k^n = \delta\mathbf{v}_{k-1}^n + t_s[\mathbf{f}_k^n \times \boldsymbol{\phi}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1}^n \times (2\delta\boldsymbol{\omega}_{iek-1}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{enk-1}^n) - (2\boldsymbol{\omega}_{iek-1}^n + \boldsymbol{\omega}_{enk-1}^n) \times \delta\mathbf{v}_{k-1}^n + \delta\mathbf{f}_k^n + \delta\mathbf{g}^n] \quad (14)$$

$$\delta\varphi_k = \delta\varphi_{k-1} + t_s \left[\frac{\delta v_{Nk-1}}{R_M + h_{k-1}} - \frac{v_{Nk-1}}{(R_M + h_{k-1})^2} \delta h_{k-1} \right] \quad (15)$$

$$\delta\lambda_k = \delta\lambda_{k-1} + t_s \left[\frac{v_{Ek-1} \sec\varphi_{k-1} \tan\varphi_{k-1}}{R_N + h_{k-1}} \delta\varphi_{k-1} + \frac{\sec\varphi_{k-1}}{R_N + h_{k-1}} \delta v_{Ek-1} - \frac{v_{Ek-1} \sec\varphi_{k-1}}{(R_N + h_{k-1})^2} \delta h_{k-1} \right] \quad (16)$$

$$\delta h_k = \delta h_{k-1} + t_s \delta v_{Uk-1} \quad (17)$$

式中: t_s 为采样周期。

假设离散化的时刻为 $t_0 \sim t_m$ 时刻(即 $k = 1, 2, 3, \dots, m$), 将式(13) ~ (17) 移项、忽略小量并进行相应的近似, 整理得到逆向误差方程为:

$$\boldsymbol{\phi}_{k-1} = [\mathbf{I} - t_s(\boldsymbol{\omega}_{ink-1}^n \times)]^{-1} [\boldsymbol{\phi}_k - t_s(\delta\boldsymbol{\omega}_{ink-1}^n - \delta\boldsymbol{\omega}_{ibk}^n)] \approx [\mathbf{I} + t_s(\boldsymbol{\omega}_{ink-1}^n \times)] \boldsymbol{\phi}_k - t_s(\delta\boldsymbol{\omega}_{ink-1}^n - \delta\boldsymbol{\omega}_{ibk}^n) \approx [\mathbf{I} + t_s(\boldsymbol{\omega}_{ink}^n \times)] \boldsymbol{\phi}_k - t_s(\delta\boldsymbol{\omega}_{ink}^n - \delta\boldsymbol{\omega}_{ibk-1}^n) \quad (18)$$

$$\delta\mathbf{v}_{k-1}^n = \delta\mathbf{v}_k^n - t_s[\mathbf{f}_k^n \times \mathbf{f}_{k-1}^n + \mathbf{v}_{k-1}^n \times (2\delta\boldsymbol{\omega}_{iek-1}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{enk-1}^n) - (2\boldsymbol{\omega}_{iek-1}^n + \boldsymbol{\omega}_{enk-1}^n) \times \delta\mathbf{v}_{k-1}^n + \delta\mathbf{f}_k^n + \delta\mathbf{g}^n] \approx \delta\mathbf{v}_k^n - t_s[\mathbf{f}_{k-1}^n \times \mathbf{f}_k^n + \mathbf{v}_k^n \times (2\delta\boldsymbol{\omega}_{iek}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{enk}^n) - (2\boldsymbol{\omega}_{iek}^n + \boldsymbol{\omega}_{enk}^n) \times \delta\mathbf{v}_k^n + \delta\mathbf{f}_{k-1}^n + \delta\mathbf{g}^n] \quad (19)$$

$$\delta\varphi_{k-1} = \delta\varphi_k -$$

$$t_s \left[\frac{1}{R_M + h_{k-1}} \delta v_{Nk-1} - \frac{v_{Nk-1}}{(R_M + h_{k-1})^2} \delta h_{k-1} \right] \approx \delta\varphi_k - t_s \left[\frac{1}{R_M + h_k} \delta v_{Nk} - \frac{v_{Nk}}{(R_M + h_k)^2} \delta h_k \right] \quad (20)$$

$$\delta\lambda_{k-1} = \delta\lambda_k - t_s \left[\frac{v_{Ek-1} \sec\varphi_{k-1} \tan\varphi_{k-1}}{R_N + h_{k-1}} \delta\varphi_{k-1} + \frac{\sec\varphi_{k-1}}{R_N + h_{k-1}} \delta v_{Ek-1} - \frac{v_{Ek-1} \sec\varphi_{k-1}}{(R_N + h_{k-1})^2} \delta h_{k-1} \right] \approx$$

$$\delta\lambda_k - t_s \left[\frac{v_{Ek} \sec\varphi_k \tan\varphi_k}{R_N + h_k} \delta\varphi_k + \frac{\sec\varphi_k}{R_N + h_k} \delta v_{Ek} - \frac{v_{Ek} \sec\varphi_k}{(R_N + h_k)^2} \delta h_k \right] \quad (21)$$

$$\delta h_{k-1} = \delta h_k - t_s \delta v_{Uk-1} \approx \delta h_k - t_s \delta v_{Uk} \quad (22)$$

记 $\delta\bar{\boldsymbol{\phi}}_{m-j} = \delta\varphi_j, \delta\bar{\lambda}_{m-j} = \delta\lambda_j, \delta\bar{h}_{m-j} = h_j, \delta\bar{\mathbf{v}}_{m-j}^{\leftarrow} = -\delta\mathbf{v}_j^n, \delta\bar{\mathbf{v}}_{m-j}^{\leftarrow} = -\mathbf{v}_j^n, \delta\bar{\boldsymbol{\phi}}_{m-j} = \boldsymbol{\phi}_j, \delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{ibm-j}^{\leftarrow} = -\delta\boldsymbol{\omega}_{ibj}^n, \delta\bar{\mathbf{f}}_{m-j}^{\leftarrow} = \mathbf{f}_j^n, \delta\bar{\mathbf{f}}_{m-j}^{\leftarrow} = \delta\mathbf{f}_j^n, \delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{inm-j}^{\leftarrow} = -\boldsymbol{\omega}_{inj}^n, \delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{iem-j}^{\leftarrow} = -\delta\boldsymbol{\omega}_{iej}^n, \delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{enm-j}^{\leftarrow} = -\delta\boldsymbol{\omega}_{enj}^n$, 其中

$j = 0, 1, 2, \dots, m$, 并且令 $p = m - k + 1$, 通过记号和下标变换, 可得 $\delta\boldsymbol{\phi}_{k-1} = \delta\boldsymbol{\phi}_{m-p}, \delta\varphi_k = \delta\varphi_{m-p+1} = \delta\bar{\varphi}_{p-1}$ 等, 式(18) ~ (22) 按如上的递推关系可以写成:

$$\bar{\boldsymbol{\phi}}_p = [\mathbf{I} - t_s(\bar{\boldsymbol{\omega}}_{inp-1}^n \times)] \bar{\boldsymbol{\phi}}_{p-1} + t_s(\delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{inp-1}^n - \delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{ibp}^n) \quad (23)$$

$$\delta\bar{\mathbf{v}}_p^{\leftarrow} = \delta\bar{\mathbf{v}}_{p-1}^{\leftarrow} + t_s[\bar{\mathbf{f}}_p^{\leftarrow} \times \bar{\mathbf{f}}_{p-1}^{\leftarrow} + \bar{\mathbf{v}}_{p-1}^{\leftarrow} \times (2\delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{iep-1}^n + \delta\bar{\boldsymbol{\omega}}_{emp-1}^n) - (2\bar{\boldsymbol{\omega}}_{iep-1}^n + \bar{\boldsymbol{\omega}}_{emp-1}^n) \times \delta\bar{\mathbf{v}}_{p-1}^{\leftarrow} + \delta\bar{\mathbf{f}}_p^{\leftarrow} + \delta\bar{\mathbf{g}}^n] \quad (24)$$

$$\delta\bar{\varphi}_p = \delta\bar{\varphi}_{p-1} + t_s \left[\frac{\delta\bar{v}_{Np-1}^{\leftarrow}}{R_M + h_{p-1}} - \frac{\bar{v}_{Np-1}^{\leftarrow}}{(R_M + h_{p-1})^2} \delta\bar{h}_{p-1} \right] \quad (25)$$

$$\delta\bar{\lambda}_p = \delta\bar{\lambda}_{p-1} + t_s \left[\frac{v_{Ep-1} \sec\bar{\varphi}_{p-1} \tan\bar{\varphi}_{p-1}}{R_N + h_{p-1}} \delta\bar{\varphi}_{p-1} + \frac{\sec\bar{\varphi}_{p-1}}{R_N + h_{p-1}} \delta\bar{v}_{Ep-1}^{\leftarrow} - \frac{v_{Ep-1} \sec\bar{\varphi}_{p-1}}{(R_N + h_{p-1})^2} \delta\bar{h}_{p-1} \right] \quad (26)$$

$$\delta\bar{h}_p = \delta\bar{h}_{p-1} + t_s \delta\bar{v}_{Up-1}^{\leftarrow} \quad (27)$$

通过对比正向误差方程(13) ~ (17) 和逆向误差方程(23) ~ (27) 可以发现, 二者的误差方程形式一致, 在逆向导航取反的基础上, 将状态向量中的速度误差初值和陀螺常值漂移初值取反, 即可建立逆向 INS 状态方程; 对于逆向 INS 量测方程而言, 由于位置信息作为量测, 逆向 INS 量测方程形式与正向 INS 量测方程形式一致, 这里将不再赘述; 由此便可以实现逆向 AKF 的建模。通过上述的数学推导和分析的结果可以发现, 实现逆向 AKF 的建模时, 状态向量取反情况与理论分析一致。逆向 AKF 变量取反情况如表 3 所示。

表 3 逆向 AKF 变量取反表

Table 3 Reverse table of AKF variables

AKF	正逆向 AKF 取反的变量
正向 AKF	$\delta\mathbf{v}_m^n, \boldsymbol{\varepsilon}_m$
逆向 AKF	$\delta\bar{\mathbf{v}}_0^{\leftarrow} = -\delta\mathbf{v}_m^n, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 = -\boldsymbol{\varepsilon}_m$

根据上述推导, 可得逆向 AKF 解算时, 需要进行一系列取反, 然后将同一周期内的逆向 INS 解算值和逆向误差估计值相减, 由此便可得到该周期内的逆向最优估计, 这样便实现了逆向 AKF。

基于数据回溯技术的过程图和原理图分别如图 5 和

6 所示。该技术的核心是在每次正向和逆向计算中进行反复迭代,直至系统状态达到稳定。从图 5 和图 6 可见,短时段内的 INS 数据(时间区间从 1~ m)与地形匹配所得到的位置信息已经有效存储。具体而言,正向过程是从时刻 1 计算到时刻 m ,而逆向过程则为从时刻 m 返回到时刻 1。在正向过程计算至时刻 m 后,随后启动逆向过程。在这一过程中,根据先前的推导,对相关量进行取反。逆向过程计算至时刻 1 后,正向过程再次启动,且同样需对相关量进行取反。这一正向与逆向的迭代过程将持续进行,直至系统状态稳定。

图 6 中, $\bar{\cdot}$ 表示逆向导航对应的量; C_n^b 为 n 系到 b 系的方向余弦矩阵; C_b^n 为 C_n^b 的转置; ω_{nb} 为 b 系相对于 n 系的角速度; q 为姿态四元数; $h(\cdot)$ 为 q 和 C_n^b 转换关系; $F_1 \sim F_8$ 为对应的状态转移矩阵块。

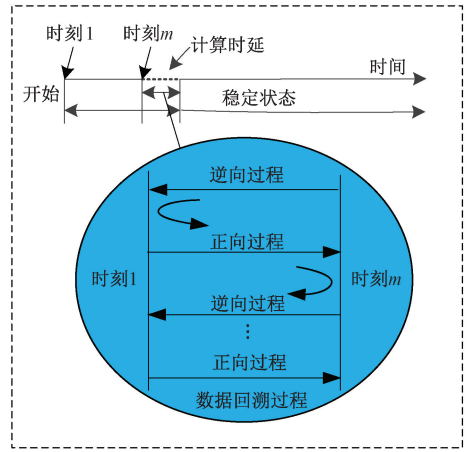


图 5 基于数据回溯技术的过程

Fig. 5 Process diagram based on data backtracking technique

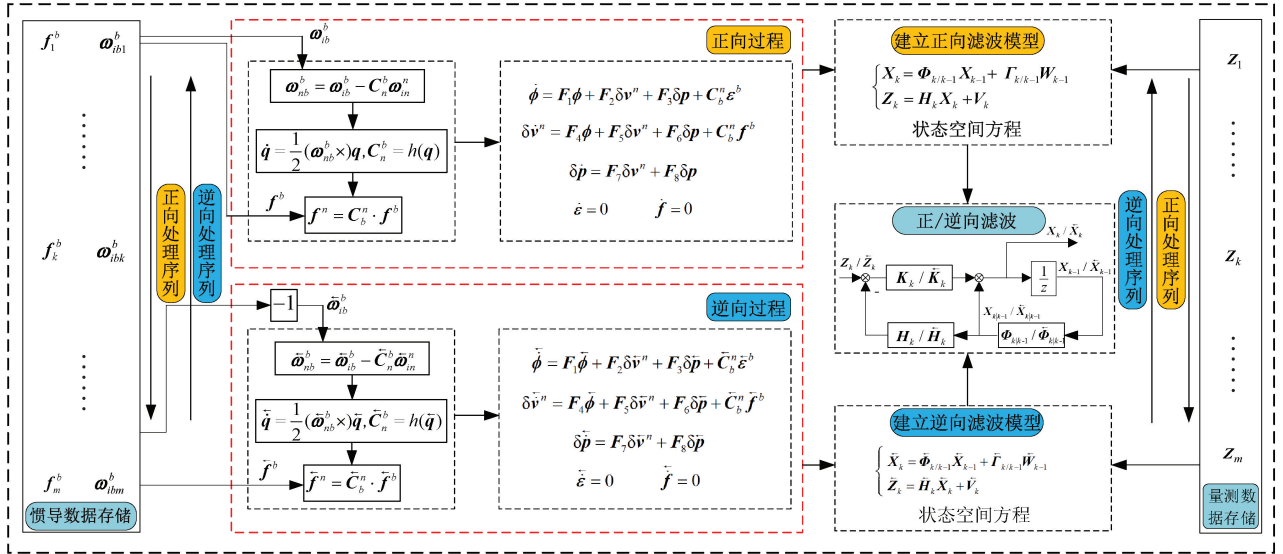


图 6 基于数据回溯技术的原理

Fig. 6 Schematic diagram based on data backtracking technique

3 海上试验

下面通过海上试验来验证本文提出的水下 INS 的快速综合校正算法在工程上的可行性。海上试验在中国的山东省威海市环翠区诸岛北部的黄海海域,试验船为“鲁威高渔 60011”如图 7 所示。INS 由 3 轴光纤陀螺和 3 轴石英加速度计组成,基准设备为法国的 PHINS 和 GG24 型 GPS。INS 和 PHINS 固连在试验船上的一个运动平台上如图 8 所示,GPS 安装于桅杆顶部如图 9 所示。INS 参数如表 4 所示。



图 7 试验船“鲁威高渔 60011”

Fig. 7 Test Ship “Luwei Gao Yu 60011”



图8 PHINS 和 INS
Fig. 8 PHINS and INS

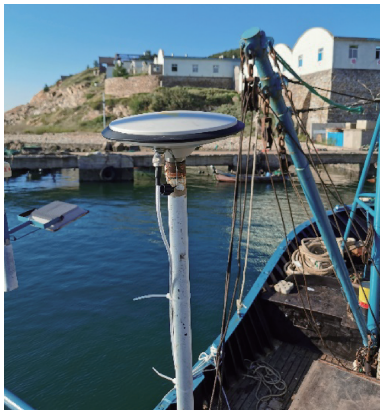


图9 GG24 型 GPS
Fig. 9 GG24 GPS

表4 INS 参数
Table 4 INS parameters

参数项	参数
陀螺仪零偏稳定性	$0.01^\circ \cdot h^{-1}$
加速度计零偏稳定性	$5 \times 10^{-5} g$
惯性测量单元采样频率	100 Hz

海上试验一共持续约为 9.5 h, 试验船的航行轨迹和机动状态分别如图 10 和 11 所示, 对准时间为 0.5 h, 对准完成后, 试验船驶出港口, 导航方式为纯惯性导航。当在试验船航行 7 h 时, 试验船进行不少于 5 min 的匀速直航, 在这段时间内, 根据地形匹配提供位置信息质量分析的结果, 利用图 4 所示的基于 PF 地形匹配的位置误差叠加到真实位置上, 生成地形匹配的位置信息, 可用时长信息段为 5 min。在此基础上使用本文提出的 MMAKF 算法, 校正完毕后继续航行直至返回港口, 导航方式仍为纯惯性导航。

图 12 和 13 分别为海上试验的位置误差和姿态误差图。图 12 可以看出, 纯惯性导航方式的位置误差不断累

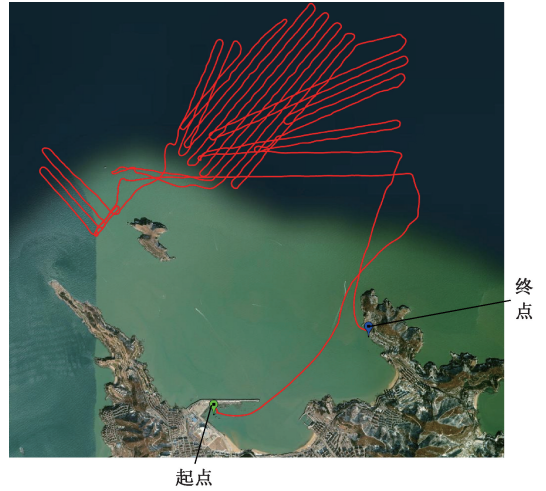


图10 试验船的航行轨迹
Fig. 10 Navigation trajectory of the test ship

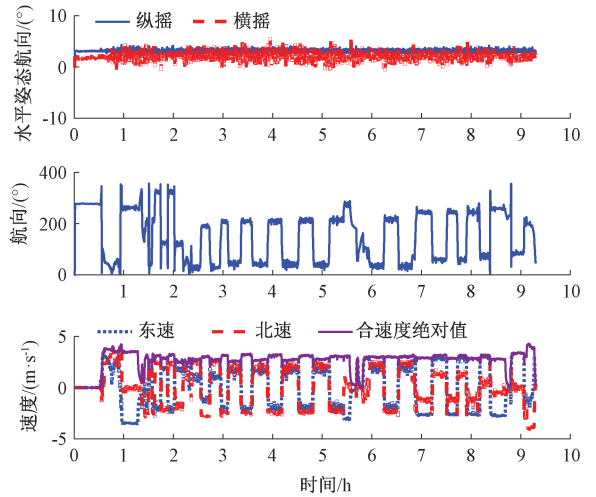


图11 试验船的机动状态
Fig. 11 Maneuvering condition of the test ship

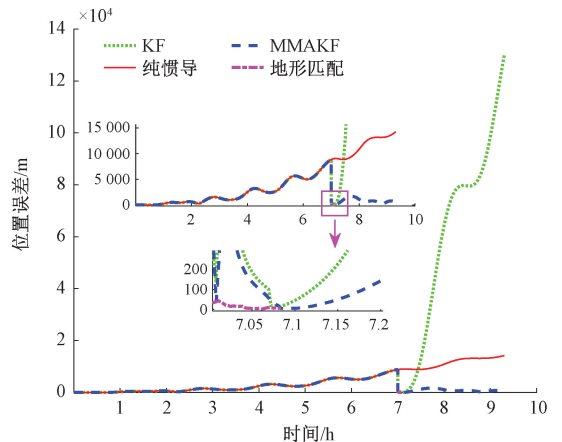


图12 海上试验的位置误差
Fig. 12 Position error of sea test

积。当试验船航行达到 7 h 后,利用 5 min 的地形匹配位置信息作为量测数据对 INS 进行综合校正时,应用标准 KF 算法的结果表明,航向未能有效收敛。这导致后续的航向误差显著增大,进而引起水平姿态误差和位置误差的扩大,严重影响了 INS 的可靠性。相比之下,采用本文提出的 MMAKF 算法进行 INS 的综合校正时,位置误差逐渐收敛至基准值附近,且水平姿态误差变化较小。此外,经过校正后,航向误差也有效收敛至基准值附近。这表明 MMAKF 算法在处理航向误差和位置误差方面表现出更优的性能。

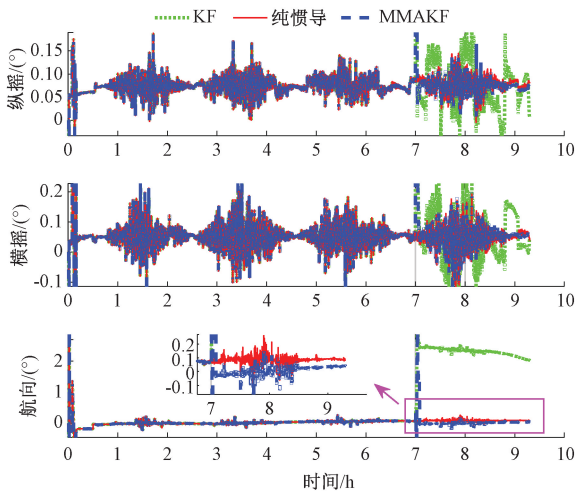


图 13 海上试验的姿态误差

Fig. 13 Attitude error of sea test

由于 5 min 的位置信息可以使水平姿态误差收敛,这里将不再赘述水平姿态误差,将着重说明航向误差,图 14 为海上试验的回溯航向误差图,可以看出,5 min 的位置信息无法使航向误差收敛,使用 MMAKF 算法后,可以发现经过 3 次正逆向解算后,航向误差收敛到了基准值附近。实现了 5 min 的位置信息的快速综合校正。

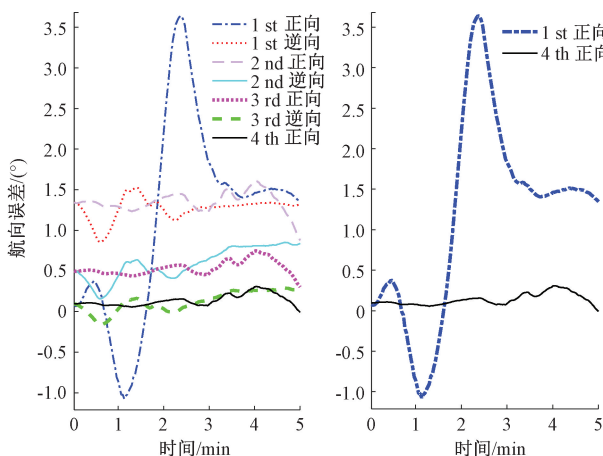


图 14 海上试验的回溯航向误差

Fig. 14 Backtracking yaw error of sea test

通过上述结果可以发现,使用 MMAKF 算法,无论是位置和姿态都修正到了基准值附近,验证了其在工程上的可行性。

4 结 论

在水下导航时,为了利用地形匹配提供位置信息去校正 INS,提出了一种 MMAKF 算法,通过海上试验验证了其在工程上的可行性,结果表明:在地形匹配提供位置信息时,会导致可用信息时长段少,提出的 MMAKF 算法借助了数据回溯技术,可以使滤波稳定收敛,解决了常规的滤波无法稳定的问题;同时由于地形匹配提供位置信息作为量测时,其噪声服从方差变化的高斯分布,本文提出的 MMAKF 算法通过自适应技术解决了量测噪声对系统的影响。为水下快速综合校正方向提供参考。

参考文献

- [1] 李倩,黄鸿殿,徐贵鹏,等. AUV 协同定位性能与编队构型分析[J]. 仪器仪表学报,2023,44(7):203-213.
LI Q, HUANG H D, XU G P, et al. Analysis of localization performance and formation configuration for AUV cooperative navigation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023,44(7):203-213.
- [2] 蔡紫焯,周凌柯,黄海舟,等. 冗余捷联惯导软故障检测方法研究[J]. 电子测量与仪器学报,2023,37(10):115-122.
CAI Z Y, ZHOU L K, HUANG H ZH, et al. Research on soft fault detection method of redundant SINS [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023,37(10):115-122.
- [3] 奔粤阳,王奕霏,李倩,等. 基于双通道 Residual-LSTM 的 SINS/GNSS 组合导航算法[J]. 仪器仪表学报,2024,45(4):325-333.
BEN Y Y, WANG Y F, LI Q, et al. SINS/GNSS integrated navigation algorithm based on dual-channel Residual-LSTM [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024,45(4):325-333.
- [4] 刘建军,卢大威,胡雪花,等. 基于点线特征的快速单目惯性 SLAM 算法[J]. 国外电子测量技术,2022,41(3):14-19.
LIU J J, LU D W, HU X H, et al. Fast monocular inertial SLAM algorithm based on point line features [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2022, 41(3):14-19.
- [5] BEN Y Y, ZANG X L, LI Q, et al. System reset for

- underwater strapdown inertial navigation system [J]. *Ocean Engineering*, 2019,182:552-562.
- [6] 郑川川,柯福阳,汤琴琴. 基于图优化的激光惯导紧耦合 SLAM 研究[J]. *电子测量技术*, 2023, 46(1): 35-42.
- ZHENG CH CH, KE F Y, TANG Q Q. Tightly coupled SLAM for laser inertial navigation based on graph optimization[J]. *Electronic Measurement Technology*, 2023,46(1):35-42.
- [7] BENSO W E, DUPLESSIS R M. Effect of shipboard inertial navigation system position and azimuth errors on sea-launched missile radial miss[J]. *IEEE Transactions on Military Electronics*, 1963,MIL-7(1):45-56.
- [8] 万德钧,汪泳江. 捷联航姿系统中陀螺随机常值漂移的校正[J]. *南京工学院学报*, 1988,18(3):76-85.
- WAN D J, WANG Y J. Correction of gyro random constant drift in strapdown attitude system[J]. *Journal of Nanjing Institute of Technology*, 1988,18(3):76-85.
- [9] NEUSYPIN K, KUPRIYANOV A, MASLENNIKOV A, et al. Investigation into the nonlinear Kalman filter to correct the INS/GNSS integrated navigation system[J]. *GPS Solutions*, 2023,27(2):91-102.
- [10] 严恭敏,邓瑀. 传统组合导航中的实用 Kalman 滤波技术评述[J]. *导航定位与授时*, 2020,7(2):50-64.
- YAN G M, DENG Y. Review on practical Kalman filtering techniques in traditional integrated navigation system [J]. *Navigation Positioning & Timing*, 2020, 7(2):50-64.
- [11] 李冰洋. 多信息融合的捷联惯导初始对准技术研究[D]. 山西:中北大学,2020.
- LI B Y. Research on initial alignment technology of strapdown inertial navigation system assisted by multiple information [D]. Shanxi: North University of China, 2020.
- [12] BONA B E, SMAY R J. Optimum reset of ship's inertial navigation system[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1966,2(4):409-414.
- [13] HUTCHINSON C E, FAGAN J H. Kalman filter design considerations for space-stable inertial navigation systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1966,9(2):306-319.
- [14] 李魁,王玮,刘芳,等. 长航时惯导系统全阻尼综合校正算法[J]. *仪器仪表学报*, 2012,33(3):543-548.
- LI K, WANG W, LIU F, et al. New comprehensive damping and correction algorithm for long-endurance inertial navigation system[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012,33(3):543-548.
- [15] GONG Y S, LI Y. Implementation guidelines for terrain aided navigation on underwater vehicles [C]. *OCEANS 2022, Hampton Roads*, 2022:1-8.
- [16] 于瑞强,柴华,柴艳菊. 捷联惯导零速修正技术中姿态误差反馈方法的比较研究[J]. *城市勘测*, 2020(4): 59-64.
- YU R Q, CHAI H, CHAI Y J. Comparison of attitude error feedback methods in zero speed correction technology of strapdown inertial navigation system [J]. *Urban Geotechnical Investigation & Surveying*, 2020(4):59-64.
- [17] YANG X K, YAN G M, YANG H, et al. A gnss aided initial alignment method for mems-imu based on backtracking algorithm and backward filtering[J]. *ArXiv preprint arXiv:2202.13700*, 2022.
- [18] BEN Y Y, ZANG X L, LI Q, et al. A dual-state filter for a relative velocity aiding strapdown Inertial Navigation System [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021,70:1-15.
- [19] ZHANG J Y, ZHANG T, ZHANG C, et al. An improved ICCP-based underwater terrain matching algorithm for large initial position error [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022,22(16):16381-16391.
- [20] WANG R P, CHEN Y, LI Y S, et al. High-precision initialization and acceleration of particle filter convergence to improve the accuracy and stability of terrain aided navigation[J]. *ISA Transactions*, 2021,110(3): 172-197.
- [21] 涂克颇,王世博. 基于自适应延迟状态滤波的惯导系统水平阻尼方法[J]. *光学与光电技术*, 2021,19(6): 113-117.
- TU K P, WANG SH B. Horizontal damping method of inertial navigation system based on adaptive delay state filtering [J]. *Optics & Optoelectronics Technology*, 2021,19(6):113-117.
- [22] 李卫东,余跃,王运明,等. 基于序贯辅助自适应渐消 UKF 的列车定位信息融合算法[J]. *铁道科学与工程学报*, 2022(7):1838-1844.
- LI W D, YU Y, WANG Y M, et al. Information fusion

algorithm of train positioning based on sequence-assisted adaptive fading UKF[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022(7):1838-1844.

- [23] 严恭敏. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,2019.

YAN G M. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019.

作者简介



奔粤阳,2003 年于哈尔滨工程大学获得学士学位,2006 年于哈尔滨工程大学获得硕士学位,2008 年于哈尔滨工程大学获得博士学位,现为哈尔滨工程大学教授,主要研究方向为惯性导航系统和信息融合技术。

E-mail:bey@hrbeu.edu.cn

Ben Yueyang received his B.Sc. degree from Harbin

Engineering University in 2003, received his M. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2006, and received his Ph. D. degree from Harbin Engineering University in 2008. He is currently a professor at Harbin Engineering University. His main research interests include inertial navigation systems and information fusion technology.



王健成(通信作者),2019 年于大连海事大学获得学士学位,现在哈尔滨工程大学攻读博士学位,主要研究方向为惯性导航系统、信息融合技术和地形匹配导航。

E-mail:jcw1025@163.com

Wang Jiancheng (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Dalian Maritime University in 2019. He is currently pursuing his Ph. D. degree at Harbin Engineering University. His main research interests include inertial navigation systems, information fusion technology, and terrain matching navigation.