

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514042

# 基于粒子群-梯度下降混合优化的 物镜偏振像差测量研究\*

裴世鑫<sup>1,2,3,4</sup>, 郑改革<sup>1,2,3,4</sup>, 曹兆楼<sup>1,2,3,4</sup>

(1. 南京信息工程大学物理与光电工程学院 南京 210044; 2. 南京信息工程大学江苏省气象光子学与光电探测国际合作联合实验室 南京 210044; 3. 南京信息工程大学大气光电探测与信息融合国家级重点实验室培育建设点 南京 210044; 4. 南京信息工程大学江苏省大气光电智能感知技术工程研究中心 南京 210044)

**摘要:** 受到镀膜及材料双折射、内部应力的影响,高数值孔径光学系统不可避免存在一定的偏振像差,使得系统的成像质量与入射光偏振态相关。现有偏振像差测量技术一般装置较为复杂,测量不便,效率较低。针对此问题,提出了使用往返式光路进行测量,利用偏振分辨波前测量技术从聚焦光场的强度分布反演显微物镜的 Jones 矩阵,降低系统复杂度。首先,基于光线追迹及标量衍射理论建立了数值计算模型,模拟聚焦光场不同轴向位置处的强度分布;其次,将复振幅反演转化为最优化问题,进而利用粒子群及梯度下降混合优化算法建立了反演模型,通过优化表征偏振像差的 Zernike 多项式系数使得预测与目标强度分布之间的偏差最小化,实现光学系统 Jones 矩阵的反演;再次,基于数值模拟测试了给定偏振像差时模型的反演结果, Jones 矩阵元素反演结果与目标值符合较好,误差值 $<10^{-3}$ ;最后,实验测量了商用高数值孔径显微物镜的偏振像差,反演了 Zernike 多项式系数,预测与目标强度分布保持一致。理论与实验结果表明,所提出的算法能够有效获得显微物镜的偏振像差,且具有结构简单、操作方便的特点,有望为高数值孔径光学系统的制造检测提供一个新的技术手段。

**关键词:** 偏振像差;相位复原;粒子群优化;梯度下降;并行计算;Jones 矩阵

**中图分类号:** TH741.4 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.4035

## Measurement of polarization aberration of a high numerical aperture objective based on hybrid particle swarm optimization and gradient-descent algorithms

Pei Shixin<sup>1,2,3,4</sup>, Zheng Gaige<sup>1,2,3,4</sup>, Cao Zhaolou<sup>1,2,3,4</sup>

(1. School of Physics and Optoelectronic Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China; 2. Jiangsu International Joint Laboratory on Meteorological Photonics and Optoelectronic Detection, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China; 3. State Key Laboratory Cultivation Base of Atmospheric Optoelectronic Detection and Information Fusion, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China; 4. Jiangsu Engineering Research Center for Intelligent Optoelectronic Sensing Technology of Atmosphere, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract:** Due to the effects of coating, material birefringence, and internal stress, polarization aberration is ubiquitous in high numerical aperture (NA) optical systems. In this case, the imaging quality is highly dependent on the polarization of incident light. Conventional methods to characterize the polarization aberration suffer from complex systems and measurement inconvenience. To address this problem, a back-and-forth optical setup is proposed to measure polarization-resolved wavefront and reconstruct the Jones matrix of the objective in this work, which helps reduce the system complexity. Firstly, a numerical model based on the ray tracing method and scalar diffraction theory is established to simulate intensity distributions of focused light fields at different axial positions. Secondly, the problem of wavefront retrieval is transformed into an optimization problem, and an inverse model is formulated for retrieving the Jones matrix utilizing hybrid particle swarm optimization and gradient descent algorithms, where the deviation between modelled and target intensity

收稿日期:2025-05-15 Received Date: 2025-05-15

\* 基金项目:国家自然科学基金(42375127)项目资助

distributions is minimized by optimizing the coefficients of Zernike polynomials accounting for the polarization aberration. Thirdly, numerical simulation is implemented to examine the model accuracy under predefined polarization aberrations, showing a good agreement between reconstructed and target Jones matrix elements with retrieval errors less than  $10^{-3}$ . Finally, experimental measurements of polarization aberration are performed on a commercial high-NA microscope objective to retrieve the coefficients of Zernike polynomials, where modelled intensity distributions agree well with the target. Theoretical and experimental results demonstrate that the proposed algorithm can effectively retrieve the objective's polarization aberration with the advantages of a simple configuration and user-friendly operation. It is anticipated that this work provides a novel technical approach for manufacturing and characterizing high-NA optical systems.

**Keywords:** polarization aberration; phase retrieval; particle swarm optimization; gradient descent; parallel computation; Jones matrix

## 0 引 言

光线以大角度入射至介质界面时,受到镀膜及材料双折射等因素影响,透射及反射系数与光线偏振态密切相关<sup>[1-3]</sup>,使得高数值孔径光学系统的参数(焦距、像质等)受到入射光偏振态的显著影响,导致产生偏振像差。已有学者对光刻镜头<sup>[4]</sup>、天文望远镜头<sup>[5-6]</sup>、折反镜头<sup>[7]</sup>等不同类别光学系统偏振像差的特性进行了研究分析,表明偏振像差可能导致镜头成像质量下降。另一方面,在偏振光谱成像系统<sup>[8]</sup>、微结构光学表征<sup>[9]</sup>等需要探测物体偏振特性的应用中,偏振像差可能导致物体偏振特性探测出现偏差。因此准确测量高数值孔径光学系统的偏振像差对保障光学系统的性能有重要的作用。但与传统像差不同,目前尚缺少一种成熟通用的偏振像差测量方法。

根据偏振像差测量的实际需求,文献中提出了多种解决方案。由于偏振像差改变了光学系统聚焦光场的分布,直接测量聚焦光场即可表征光学系统中偏振像差的特性,但高数值孔径光学系统聚焦光场的尺寸为波长级,无法直接使用面阵探测器测量,因此一般需要使用纳米球<sup>[10]</sup>、荧光颗粒<sup>[11]</sup>、光纤探针<sup>[12]</sup>等纳米级探针以较高的空间分辨率扫描聚焦光场,获得光场强度的三维分布。虽然该方法较为直观,但实际测量时高精度定位纳米探针仍较为困难,定位误差可能引入测量误差,且根据强度分布反演紧聚焦光场的偏振及相位分布较为困难。当测量光刻物镜时,可无需探针,直接测量加工获得的光刻结构,并基于矢量光学成像理论分析结构特征与像差之间的关系,进而表征光刻物镜的像差<sup>[13]</sup>,该方法需对光刻胶曝光和显影,测量周期较长,且光刻胶处理和曝光的过程中会引入额外的误差。因此有学者提出根据物像共轭关系,通过哈特曼传感器或者干涉方法获得理想点光源在光瞳处产生的波前,可实现像差的高精度测量<sup>[14-17]</sup>,但哈特曼传感器空间分辨率有限,干涉方法则需控制参考光束及待测光束偏振态,结构较为复杂。为代替点光源,可使用往返式光路进行测量,即首先使用物镜对入射光

聚焦至球面反射镜中心,光线反射后经过物镜形成准直光,光瞳处包含了物镜的偏振信息,文献[18]使用穆勒矩阵偏振计测量了物镜的偏振特性,获得了  $s$  与  $p$  偏振光透射系数的幅值与相位差异。

针对目前大数值孔径物镜偏振像差测量存在的问题,本研究提出在往返式光路中基于粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)及梯度下降算法根据光强测量恢复光瞳处的波前,进而获得物镜的 Jones 矩阵,具有结构简单、成本低、易实现的特点,可为保障高数值孔径光学系统的质量提供一种新的解决方案。

## 1 实验装置

本研究测量偏振像差使用的实验装置如图 1 所示,由照明臂及测量臂两部分组成。

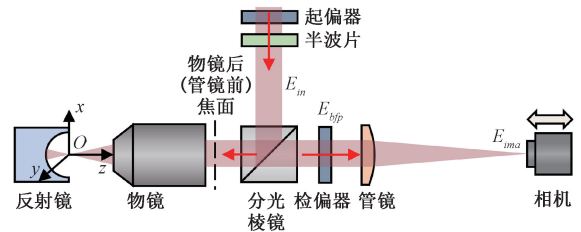


图 1 测量装置原理

Fig. 1 Illustration of the measurement setup

照明臂中光源为波长 633 nm 的氦氖激光器,发出光束近似为平行光,由 10 倍扩束镜进行扩束(激光器与扩束镜未在图 1 中绘制),光束经过由格兰棱镜(GSPF-6,恒洋光学)组成的起偏器后成为线性偏振光  $E_m$ ,通过旋转半波片(WPM2-633-12,恒洋光学)可调节线性偏振光偏振方向。光束被消偏振分光棱镜(HCBS3-012-50-VIS,恒洋光学)反射后进入待测显微物镜被聚焦至凹面反射镜的球心处。凹面反射镜放置于光学精密三维调整台上,全部反射物镜聚焦的光束,测量时通过微调透镜位置确保物镜焦点与凹面球心重合。测量臂中光线被凹面反射后经过显微物镜后形成近似平行光,通过分光棱镜及检偏器(GSPF-6,恒洋光学)后成为线性偏振光  $E_{bp}$ 。通

过旋转半波片及检偏器,即可构成不同偏振态配置的测量光路。

光束进一步由管镜聚焦至工业相机(ATIK one 9.0, Atik Cameras Ltd.)上。相机固定在一个一维电动平移台上,平移台可沿 $z$ 轴方向移动,位置由分辨率为 $0.1\ \mu\text{m}$ 的精密位移计确定(LGF-0125 L-B, Mitutoyo),因此相机可记录不同位置处的聚焦光场,引入相位差异。为便于数值计算,设置光路时将显微物镜后焦面与管镜前焦面调整至重合。

## 2 理论基础

本研究将从聚焦光场的强度分布中获得显微物镜偏振像差信息的求解分解为2个步骤:正向求解和逆向反演。前者用于已知显微物镜偏振像差及起偏检偏组合时计算相机测量的强度,后者用于已知相机测量强度时反演显微物镜的偏振像差。

### 2.1 正向求解

由图1可知,当凹面球心与物镜焦点重合时,光线被凹面反射后沿原路返回,因此根据光线追迹,显微物镜后焦面处的反射光场可表达为:

$$\mathbf{E}_{bfp}(u, v) = \mathbf{J}_{lp} \mathbf{J}_{nt} \mathbf{R}_2 \mathbf{J}_{mo} \mathbf{J}_{sm} \mathbf{J}_{mo} \mathbf{R}_1 \mathbf{J}_{nr} \mathbf{E}_{in}(u, v) \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_{mo} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{pp} & \mathbf{J}_{ps} \\ \mathbf{J}_{sp} & \mathbf{J}_{ss} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{E}_{in}(u, v)$ 为经过半波片后的线性偏振光; $(u, v)$ 为物镜后焦面处的二维直角坐标; $\mathbf{J}_{nr}$ 及 $\mathbf{J}_{nt}$ 分别代表消偏振分光棱镜反射及透射时的 Jones 矩阵,由于不同商家生产的分光棱镜镀膜各不相同, $\mathbf{J}_{nr}$ 及 $\mathbf{J}_{nt}$ 一般需根据元件具体型号确定; $\mathbf{R}_1$ 为将线性偏振光所在直角坐标系转化为显微物镜 $p/s$ 偏振光所在柱坐标系需要的坐标变换矩阵; $\mathbf{J}_{mo}$ 为显微物镜 Jones 矩阵,如式(2)所示,包括 $\mathbf{J}_{pp}$ 、 $\mathbf{J}_{ps}$ 、 $\mathbf{J}_{sp}$ 及 $\mathbf{J}_{ss}$ 这4个元素,其中物镜的标量像差已包含在4个元素中,未显式表达,由于物镜镜头材料双折射系数及内部应力一般较小, $\mathbf{J}_{mo}$ 应比较接近对角阵,当 $\mathbf{J}_{pp} = \mathbf{J}_{ss}$ 且 $\mathbf{J}_{ps} = \mathbf{J}_{sp} = 0$ 时物镜不存在偏振像差; $\mathbf{J}_{sm}$ 为凹面的 Jones 矩阵,光线入射至凹面上均沿着法线方向,因此反射系数不受光线偏振方向影响, $\mathbf{J}_{sm}$ 与 $(u, v)$ 无关的对角矩阵,计算时可忽略; $\mathbf{R}_2$ 为 $\mathbf{R}_1$ 的逆矩阵,将柱坐标转化为直角坐标; $\mathbf{J}_{lp}$ 为检偏格兰棱镜的 Jones 矩阵。上述光线追迹所得光场 $\mathbf{E}_{bfp}$ 已考虑了反射光路中检偏格兰棱镜的影响,并非为严格意义上物镜后焦面光场。

物镜入瞳孔径远小于管镜的焦距,线性偏振光 $\mathbf{E}_{bfp}$ 入射时可忽略偏振影响,简化为标量 $E_{bfp}$ ,由于显微物镜后焦面与管镜前焦面重合,根据标量衍射理论,管镜焦点处的聚焦光场 $E_{ima}$ 与 $E_{bfp}$ 之间存在傅里叶变换关系,表

达为:

$$E_{ima}(x, y) = C_1 \iint E_{bfp}(u, v) \exp\left\{-i2\pi \frac{ux + vy}{\lambda f}\right\} du dv \quad (3)$$

式中: $(x, y)$ 为探测平面处的二维坐标; $C_1$ 是模为1的复常数,与 $(x, y)$ 空间位置有关,计算光场强度时可忽略; $\lambda$ 为波长; $f$ 为平凸透镜的焦距。为确定 $E_{bfp}(u, v)$ ,需要引入相位差异,采集不同 $z$ 位置处的多组聚焦光场强度分布优化反演。根据角谱理论,只需要在 $E_{bfp}(u, v)$ 中加入表示离焦的相位项即可计算像空间的聚焦光场。式(3)积分一般可通过快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)提高计算效率,但FFT物空间与像空间分辨率存在固有限制,提高像空间分辨率时需同步提高物空间采样频率及采样点数目,且需向孔径外延拓补零,存在一定限制。实验中由于 $E_{bfp}$ 及 $E_{ima}$ 在空间中均变化较为平缓,采样频率可设置的相对较低,且像面上每点的复振幅均可通过乘加运算获得(对积分进行离散),并使用并行计算加速式(3)的计算,更为实用,因此采用图形计算卡(graphics processing unit, GPU)直接计算式(3),统一计算设备架构(compute unified device architecture, CUDA)编程中核函数每一个线程计算像面上一点的离散积分。

### 2.2 逆向反演

虽然通过干涉法能够测量反射光场的波前,但干涉测量易受外部干扰且结构复杂,因此使用优化算法从离焦光强分布中直接恢复波前。目前基于光场强度复原相位的算法主要分为2类:基于强度传输方程(transport-of-intensity equation)直接求解及基于迭代方式优化求解,前者求解效率高,但可能受到测量噪声及强度轴向非线性变化的影响,后者一般以Gerchberg-Saxton(GS)算法为基础,抗干扰性能较好,测量标量光束时无原理误差,但GS算法只能计算标量光束波前,当获得多组偏振态配置时的波前时仍需加以融合,可能引入新的误差。针对此问题,提出使用泽尼克多项式分别表示 $\mathbf{J}_{mo}$ 这4个元素的振幅和相位,基于PSO及梯度下降两步式优化算法优化泽尼克系数,其中PSO提供泽尼克系数的初步预测,作为梯度下降法的初始值,梯度下降法对初始值进行微调,减小预测光场强度与目标光场强度之间的偏差 $L$ ,定义为目标函数,如式(4)所示。

$$L = \sum_{pq} w_{pq} \sum_j \sum_{x,y} [I_{pred}^n(x, y, z_j) - I_{tar}^n(x, y, z_j)]^2 \quad (4)$$

式中:下标 $pred$ 及 $tar$ 分别表示理论预测与目标光场;上标 $p$ 及 $q$ 分别代表照明臂及测量臂的偏振态; $p=x, y, c$ 代表照明臂为 $x, y, 45^\circ$ 偏振; $q=x, y, c$ 代表测量臂为 $x, y, 45^\circ$ 偏振; $w_{pq}$ 为不同偏振态时设定的权重系数; $z_j$ 为光场 $z$ 方向位置。

PSO算法是一种典型的进化算法,其基本思想是模

拟个体间信息的交流和合作实现群体的智能。假设粒子群  $S$  由  $M$  个粒子组成,在迭代求解过程中,每个粒子  $S_i$  ( $i=1, \dots, M$ ) 均为当前待优化问题的一个可行解,通过跟踪粒子本身所找到的最优解和群体找到的最优解动态调整粒子的位置和速度,寻找最优解位置,计算表达式为:

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = c_0 \mathbf{v}_i^k + c_1 r_1 (\mathbf{p}_i^k - \mathbf{x}_i^k) + c_2 r_2 (\mathbf{p}^k - \mathbf{x}_i^k) \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (6)$$

式中:上标  $k$  表示第  $k$  次迭代; $\mathbf{x}_i$  为粒子  $S_i$  的位置,代表了多项式系数的值; $\mathbf{v}_i$  为粒子  $S_i$  的速度; $\mathbf{p}^k$  为当前种群最优解对应的位置; $\mathbf{p}_i^k$  为粒子  $S_i$  在迭代过程中最优解对应的位置; $[c_0, c_1, c_2]$  为常量系数; $[r_1, r_2]$  为随机参数,反演流程为:

- 1) 初始化目标光场、粒子群等参数;
- 2) 根据 2.1 节求解每个粒子的目标函数值  $L$ ;
- 3) 根据式(5)求解每个粒子的速度  $\mathbf{v}_i$ ;
- 4) 根据式(6)更新粒子位置;
- 5) 确认  $L$  及迭代次数是否达到预先设定的阈值,若未达到,则重复步骤 2)~5), 否则终止优化。

虽然理论上当种群数目及迭代次数足够多时,PSO 算法有较强的寻优能力,但实践中发现种群数目及迭代次数不足时,PSO 算法优化至局部极值附近时收敛速度相对较慢,影响了测量的效率,因此以 PSO 算法提供的结果为初始值,进一步使用梯度下降法加快对泽尼克系数的优化。尽管可使用解析方法推导系数的梯度<sup>[19]</sup>,但推导与计算过程较为复杂,为简化计算,使用有限差分法计算梯度信息,可借助并行计算进行加速。

### 3 结果与讨论

首先使用数值模拟对提出方法的性能进行了测试,然后使用实验数据进行了验证,计算中使用普通个人计算机,中央处理器为 AMD Ryzen 5 3600,内存为 DDR4 64 GB,显卡为 RTX4070 Super(CUDA 核心数目为 7 168)。

#### 3.1 数值模拟

为便于与实验结果对比,数值模拟时光束及管镜参数均与实验保持一致,显微物镜的数值孔径(numerical aperture, NA)为 0.8,焦距为 1.8 mm。文献[19]结果表明显微物镜像差一般已被补偿,只有一定的残余像差,前 15 项泽尼克多项式足够表示物镜的像差,本研究同样使用前 16 项多项式(含常数项)表达  $J_{pp}$ 、 $J_{ps}$ 、 $J_{sp}$  及  $J_{ss}$  的实部和虚部,共需 128 项系数,其中  $J_{pp}$  虚部的常数项系数记为 0( $J_{mo}$  乘以振幅为 1 的复常数时优化函数值不变),因此优化变量为 127 个。由于缺少高阶项,上述多项式只能准确描述孔径内缓变的像差,若需要提高精度,则要增加多项式项数。

模拟中忽略消偏振分光棱镜的影响,对多项式系数进行了随机初始化。由于实际显微物镜的  $J_{mo}$  一般接近对角阵,初始化后人为将  $J_{pp}$  及  $J_{ss}$  加上较大的常数并进行归一化,得到的  $J_{mo}$  孔径内分布如图 2 所示,其中  $J_{pp}$  及  $J_{ss}$  的实部接近 1,其余元素接近 0,孔径边缘处取值与中心处存在一定差异,且像差不完全为轴对称。由于  $J_{pp}$  及  $J_{ss}$  的中心边缘处相位变化符号相反, $s/p$  偏振光入射时焦点在轴向发生了一定的偏移,类似像散的影响,与实际物镜像差特性相似。

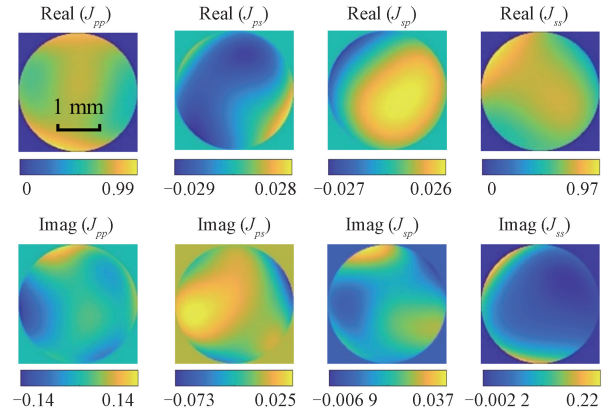


图 2 显微物镜后焦面处  $J_{mo}$  分布

Fig. 2  $J_{mo}$  at the back focal plane of objective

本研究数值计算了上述  $J_{mo}$  对应的聚焦光场,结果如图 3 所示,图 3 中照明臂偏振态为  $x$  偏振,  $I^{xx}$ 、 $I^{yy}$  及  $I^{xy}$  为测量臂偏振态分别为  $x$  偏振、 $y$  偏振及  $45^\circ$  偏振时的光场强度分布。

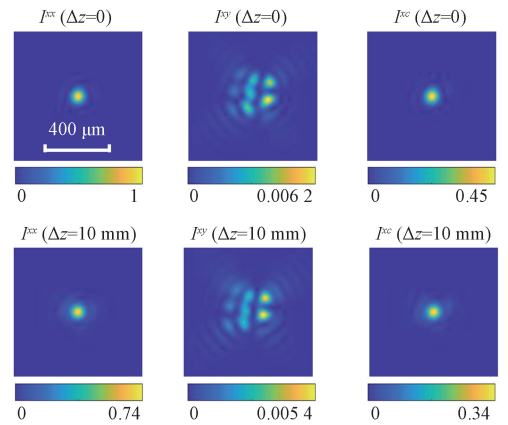


图 3 不同偏振态及轴向位置时光场强度分布

Fig. 3 Intensity distribution at different axial positions for different polarization configurations

当  $J_{pp} = J_{ss}$ ,  $J_{ps} = J_{sp} = 0$  时,  $I^{yy}$  应处处为 0,受到偏振像差的影响,  $I^{yy}$  强度远小于  $I^{xx}$ ,但仍显示出复杂的形状。光场的相位信息则包含在离焦图像中,由于管镜的焦距

较大,光斑空间频率较低,因此受衍射极限的影响焦距较大。为提高信噪比,充分利用离焦提供的信息,计算中离焦量设置为 15 mm,可见管镜聚焦的光场分布与物镜偏振像差密切相关,有望从离焦图像中反演像差信息。

基于数值模拟的聚焦光场分布,本研究反演了物镜的偏振像差信息。反演中使用了 7 组光场分布,包括  $I^{xx}$ 、 $I^{yy}$ 、 $I^{zz}$ 、 $I^{xy}$ 、 $I^{yz}$ 、 $I^{zx}$  及  $I^{xc}$ 。每组光场均使用焦点及离焦量  $\Delta z = 15$  mm 处的 2 幅图像进行计算,计算目标函数时共需 14 幅图像,权重系数  $w_{xx} = w_{yy} = w_{zz} = w_{xy} = w_{yz} = w_{zx} = 1$ ,  $w_{xc} = 1/1000$ 。反演中  $J_{mo}$  及  $E_{ima}$  的像素数目均为  $101 \times 101$ ,前者空间分辨率为  $28.8 \mu\text{m}$ ,后者空间分辨率为  $8 \mu\text{m}$ 。由于偏振像差一般具有低空间频率且管镜焦距较长,模拟表明上述空间分辨率能够满足精度要求。

模拟中 PSO 种群数量设置为 100,迭代次数为 30,粒子的位置随机进行初始化,单次目标函数值计算约需 0.25 s,梯度下降迭代次数为 20 次,优化共约需 1500 s。由于物镜偏振像差一般为离线表征,对测量时间要求不高,因此尽管优化耗时较长,实际测量时仍可接受,后续工作中可通过使用性能更优秀的显卡或多台计算机并行计算进一步加速,提高效率。迭代过程中目标函数的典型变化趋势如图 4 所示,初始时刻下降较快,随着迭代目标函数值逐渐减小,经过 30 次迭代后,目标函数值逐渐稳定在 0.24,表明此时优化已陷入局部最优。虽然理论上 PSO 算法具有较强的全局寻优的能力,但由于本研究中参数维度较高,全局寻优要求较大的种群数目及迭代次数,计算量要求较高,而获得的局部最优已能够较好的减小目标函数值,使得预测与目标光场强度分布符合较好,因此可使用此局部最优值作为优化结果。

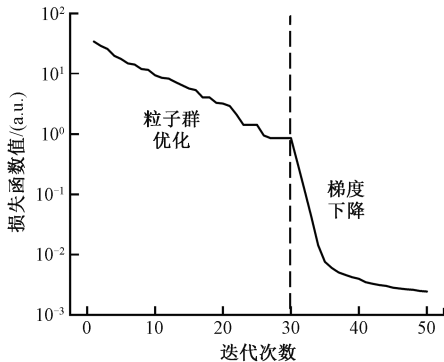


图 4 优化中目标函数  $L$  变化趋势

Fig. 4 Objective function value  $L$  over epochs in the optimization

优化获得的  $J_{mo}$  与目标值的偏差如图 5 所示,可见优化结果较好的复现了  $J_{pp}$  及  $J_{ss}$  的实部,而其他元素相对误差更大,这主要是因为  $J_{pp}$  及  $J_{ss}$  的实部绝对值较大,是影响聚焦光场分布的主要因素,其他元素对目标函数

造成的影响则相对较小,可能优化中无法充分体现其包含的信息。 $J_{pp}$  及  $J_{ss}$  表征了  $p$  及  $s$  偏振光线经过物镜后振幅及相位的变化,主要受到镜片镀膜及大角度折射的影响, $J_{ps}$  及  $J_{sp}$  则主要由材料双折射、内部应力等因素决定,因此为提高反演精度,实际显微物镜进行优化时可根据物镜材料、镀膜的先验知识设定目标函数中不同偏振态光场分布的权重系数。另一方面可根据物镜先验知识限制 Zernike 多项式系数,减小 PSO 算法所需搜索的空间范围,提高优化的速度。由于光场绝对强度及相机响应未标定,目前本文算法获得 Jones 矩阵后进行了归一化处理,因此无法反演物镜透过率,即当 Jones 矩阵乘以常数系数时,反演结果保持不变。

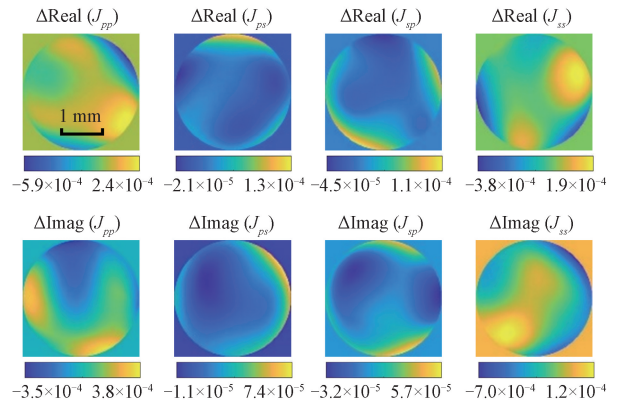


图 5 反演与目标  $J_{mo}$  的偏差

Fig. 5 Deviation between retrieved and target  $J_{mo}$

### 3.2 实验验证

基于搭建的实验装置及相应的测量理论,本文实验测量了商用显微物镜 ( $NA = 0.8$ ,  $f = 1.8$  mm) 的偏振像差。由于实际测量中消偏振分光棱镜的影响不可忽略,实验中首先标定了消偏振分光棱镜的反射及透射 Jones 矩阵,  $J_{nr}$  及  $J_{nt}$ , 标定光路如图 6 所示。

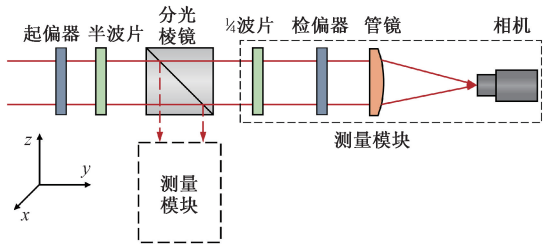


图 6 消偏振分光棱镜 Jones 矩阵实验装置原理

Fig. 6 Schematic of experimental measurements of the Jones matrix of a non-polarizing beam splitter

与图 2 不同,为准确求解  $s$  与  $p$  偏振透过/反射系数的相位差,测量光路中引入了  $1/4$  波片 (WPZ4312-633, 恒洋光学),这主要是因为图 6 中入射管镜的光束可近似

为平面波,若无  $1/4$  波片,无法确认  $s$  与  $p$  偏振光束相位差的正负符号,而图 2 中孔径内复振幅为不均匀分布,不同位置处的相位差互相约束,可确定相位差符号<sup>[20]</sup>。共测量 10 组偏振态配置,详细步骤及计算过程如文献[21]所示,本研究不做具体阐述。

分光棱镜 Jones 矩阵的标定结果如式(7)及(8)所示。

$$J_{\text{bsr}} = \begin{vmatrix} 0.995 & 0 \\ 0 & \exp(-i0.29) \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$J_{\text{bst}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.993\exp(i0.15) \end{vmatrix} \quad (8)$$

实验中通过三维精密位移台微调凹面反射镜位置,确保凹面反射镜球心与显微物镜聚焦点重合。商用显微物镜的偏振像差一般较小,实验中  $I^{xy}$  及  $I^{xz}$  的强度远小于其他 5 种配置,测量时需通过改变相机曝光时间采集不同偏振态配置时的光场强度分布,提高测量的动态范围。由于待测显微物镜的材料主要是光学玻璃,未使用晶体,残余应力较小,双折射系数接近 0,使得  $J_{ps}$  及  $J_{sp}$  的幅值远小于  $J_{pp}$  及  $J_{ss}$ ,因此 PSO 算法初始化时  $J_{ps}$  及  $J_{sp}$  对应的多项式系数范围较小。

与仿真参数保持一致,实验中共测量了 7 组偏振态配置时的 14 幅图像,每组偏振态包括一幅聚焦图像 ( $\Delta z = 0$  mm) 及一幅离焦图像 ( $\Delta z = 15$  mm),其中  $E_{in}$  为  $x$  偏振时 3 组偏振态配置的聚焦图像如图 7 所示。

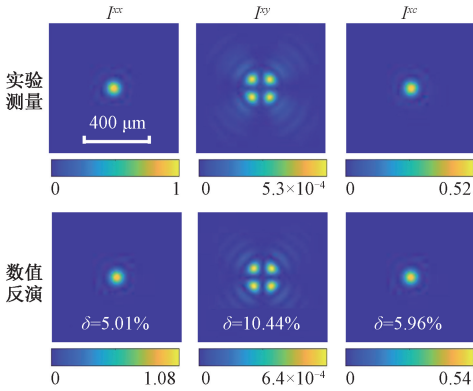


图 7 不同偏振态实验测量与数值反演的聚焦光场强度分布  
Fig. 7 Experimentally measured and numerically reconstructed in-focus intensity distribution for different polarization configurations

$I^{xx}$  表现出较好的轴对称特性,而  $I^{yy}$  则呈现出四瓣的形状,沿  $x$  轴及  $y$  轴的强度近似为 0,这主要是因为  $s/p$  偏振光经过显微物镜后幅值与相位出现一定区别,两者之间的相互转化则可以忽略,而照明光束在  $x$  轴及  $y$  轴处分别为  $p$  偏振及  $s$  偏振,导致经过反射返回后仍保持原偏振态,被检波器几乎完全滤除,使得  $I^{yy}$  的衍射效应更加显著,旁瓣直径远大于  $I^{xx}$ 。 $I^{yy}$  与  $I^{xx}$  最大强度的比

例直观展示了物镜偏振像差的大小,由于  $I^{xy}$  强度远小于  $I^{xx}$ ,  $I^{yy}$  与  $I^{xx}$  的分布较为接近,同样为类似轴对称图案。定义相对误差指标  $\delta$  以定量表征数值反演与目标测量光强分布之间的偏差,如式(9)所示。

$$\delta = \frac{\sum |I_{\text{pred}} - I_{\text{tar}}|}{\sum |I_{\text{pred}} + I_{\text{tar}}|} \quad (9)$$

图 7 中 3 种偏振态配置的  $\delta$  分别为 5.01% ( $I^{xx}$ )、10.44% ( $I^{yy}$ ) 及 5.96% ( $I^{zz}$ ),可见尽管优化中仅使用了前 16 项 Zernike 多项式,反演的光强分布仍然复现了实验测量光强分布的主要结构,达到了预期目标,若需要进一步减小  $\delta$ ,可以以此优化结果为初值,引入更多项 Zernike 多项式,进一步进行优化。

优化反演的物镜归一化 Jones 矩阵如图 8 所示,孔径内  $J_{pp}$  与  $J_{ss}$  均近似为轴对称结构,分布较为规则,实部接近 1,相对变化较小,虚部则有明显变化,其中  $J_{pp}$  的虚部中心处大于边缘处,  $J_{ss}$  的虚部中心处小于边缘处,使得两者的相位出现了明显变化。

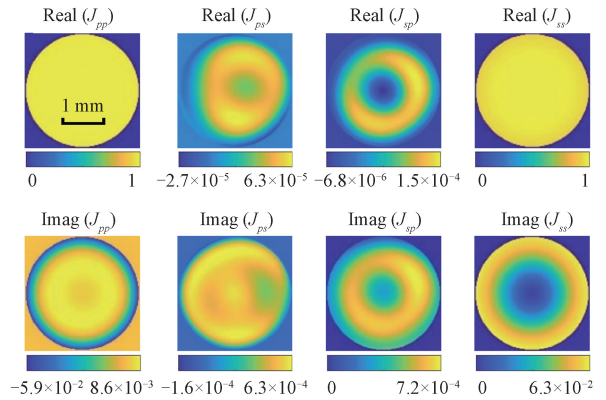


图 8 数值反演获得的显微物镜  $J_{mo}$

Fig. 8 Retrieved  $J_{mo}$  of the objective

图 9 比较了  $x$  轴处  $p$  偏振与  $s$  偏振的透过系数,两者的幅值均在中心处取的最大值,在孔径边缘处有所下降。 $p$  偏振透过系数孔径边缘处相位低于中心处,  $s$  偏振则变化趋势相反,两者在边缘处相位差达  $7^\circ$ ,直观展现了物镜的偏振像差。尽管该像差造成  $p$  与  $s$  偏振光焦点的偏移相对较小,一般成像应用中影响不大,但对于偏振成像、计算成像等应用需引入其影响。受到焦深的影响,实验中无法准确确定光斑的聚焦位置,使得 Jones 矩阵的各元素相位中均存在离焦导致的二次相位项,但该二次相位项并不影响不同偏振态的相位差,通过移动相机的轴向位置可补偿。与  $J_{pp}$  与  $J_{ss}$  相比,  $J_{ps}$  及  $J_{sp}$  的幅值几乎为 0,表明  $p$  与  $s$  偏振光之间相互转化较少,物镜镜片中应力导致的双折射效应近似可以忽略,偏振像差主要来源于  $p$  与  $s$  偏振光经过物镜后幅值和相位变化的不同。

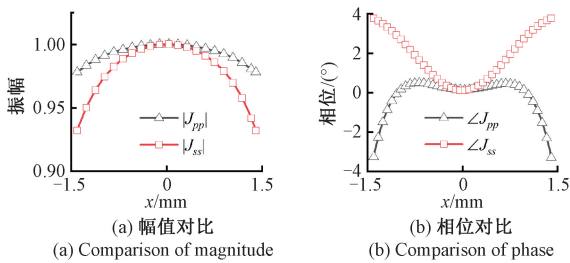


图9 反演获得的显微物镜  $x$  轴  $J_{mo}$

Fig. 9 Retrieved  $J_{mo}$  of the objective on the  $x$ -axis

需注意虽然本文标定了消偏振分光棱镜的影响,但光路中反射镜、管镜等光学元件仍可能对测量结果造成影响,其中反射镜为球面镜,面形偏差一般低于  $\lambda/4$ ,由于光线被球面镜垂直反射,反射镜引入的像差主要为偏振无关的标量像差,不影响反演的  $J_{ss}$  及  $J_{pp}$  之间的差异,但仍会影响标量像差。同时显微物镜的口径远小于管镜的焦距,可认为管镜聚焦时光线位于近轴区域内,对于高质量管镜来说,引入的标量波像差近似可以忽略。上述反射镜及管镜可能在反演结果中引入微小的标量像差,为提高偏振像差测量精度,可使用高精度干涉仪预先标定标量像差的分布,并在反演结果中减去其影响。

## 4 结 论

针对高数值孔径物镜偏振像差测量的问题,本研究提出以往返式光路为基础将测量转化为最优化问题,首先基于衍射理论并行计算正向高效求解给定偏振像差时的反射光场分布,然后使用 Zernike 多项式表达偏振像差,基于 PSO 及梯度下降算法优化多项式系数,使得不同偏振态配置时理论计算反射光场强度分布与目标分布相符合,实现物镜 Jones 矩阵的反演。数值模拟表明提出的方法能够有效实现偏振分辨相位复原,进一步实验测量了商用显微物镜的偏振像差,可较好的反演聚焦的光场及物镜的 Jones 矩阵。本研究提出的方法具有结构简单、易于操作的特点,可为高数值孔径光学系统检测提供一个新的思路及工具,在光学加工与检测领域具有一定的应用前景。

## 参考文献

[1] 董祉序,杨澍,郭仁杰,等. 空间调制型偏振成像的滤波器带宽优化方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(8): 207-217.  
DONG ZH X, YANG SH, GUO R J, et al. Optimization of optimal filter bandwidth for spatially modulated full polarization imaging[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(8): 207-217.

[2] 杨长虎,袁东,张健,等. 基于偏振特征与强度信息融合的工件目标检测[J]. 电子测量技术, 2023, 46(24): 188-196.  
YANG CH H, YUAN D, ZHANG J, et al. Workpiece target detection based on fusion of polarization features and intensity information[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(24): 188-196.

[3] 韩浩,何赞泽,杜旭,等. 基于偏振信息图像增强的多目标检测[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(3): 29-38.  
HAN H, HE Y Z, DU X, et al. Multi-object detection based on polarization information image enhancement[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(3): 29-38.

[4] 李杰,林妩媚,廖志杰. NA1.35 投影光刻光学系统偏振像差的优化[J]. 应用光学, 2019, 40(4): 575-582.  
LI J, LIN W M, LIAO ZH J. Optimization of polarization aberration for NA1.35 lithographic projection optical system[J]. Journal of Applied Optics, 2019, 40(4): 575-582.

[5] BRECKINRIDGE J B, LAM W S T, CHIPMAN R A. Polarization aberrations in astronomical telescopes: The point spread function[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2015, 127: 445-468.

[6] ANCHE R M, ASHCRAFT J N, HAFFERT S Y, et al. Polarization aberrations in next-generation giant segmented mirror telescopes (GSMTs)[J]. Astronomy & Astrophysics, 2023, 672: A121.

[7] 马士杰,吴洪波,赵尚男,等. 折反式变形光学系统偏振像差分析及其对点扩散函数的影响[J]. 中国光学(中英文), 2024, 17(6): 1408-1417.  
MA SH J, WU H B, ZHAO SH N, et al. Polarization aberration analysis of catadioptric anamorphic optical systems and its effect on the point spread function[J]. Chinese Optics, 2024, 17(6): 1408-1417.

[8] 李鑫权,张军强,吴从均,等. 基于 PSIM 机载大视场宽波段偏振光谱成像系统光学设计[J]. 光谱学与光谱分析, 2024, 44(1): 250-257.  
LI X Q, ZHANG J Q, WU C J, et al. Optical design of airborne large field of view wide band polarization spectral imaging system based on PSIM[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2024, 44(1): 250-257.

[9] 李金花,曹兆楼,郑改革. 基于矢量光束偏振特性的薄膜参数表征[J]. 光学学报, 2024, 44(14): 120-126.  
LI J H, CAO ZH L, ZHENG G G. Characterization of thin film parameters based on polarization properties of

- vector beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2024, 44(14): 120-126.
- [10] BAUER T, ORLOV S, PESCHEL U, et al. Nanointerferometric amplitude and phase reconstruction of tightly focused vector beams [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(1): 23-27.
- [11] CAI Y N, LIANG Y SH, LEI M, et al. Three-dimensional characterization of tightly focused fields for various polarization[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2017, 88(6): 063106.
- [12] CAO ZH L, WANG K Y, WU Q L. Logarithmic axicon characterized by scanning optical probe system [J]. *Optics Letters*, 2013, 38(10): 1603-1605.
- [13] LI EN Z, LI Y Q, LIU Y, et al. Rigorous imaging-based measurement method of polarization aberration in hyper-numerical aperture projection optics[J]. *Optics Express*, 2021, 29(13): 20872-20888.
- [14] EISMANN J S, NEUGEBAUER M, MANTEL K, et al. Absolute characterization of high numerical aperture microscope objectives utilizing a dipole scatterer [J]. *Light-Science & Applications*, 2021, 10(1): 223.
- [15] 付翔宇,王道档,吴振东,等. 用于在线检测的紧凑型瞬态干涉测量系统 [J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(2): 78-84.
- FU X Y, WANG D D, WU ZH D, et al. Compact transient interferometric measurement system used for online testing[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(2): 78-84.
- [16] 位希雅,宋奇林,杨金生,等. 基于夏克-哈特曼传感器的星载望远镜波前测量技术研究 [J]. *光电工程*, 2023, 50(11): 76-87.
- WEI X Y, SONG Q L, YANG J SH, et al. Research on wavefront measurement technology of space-based telescope using Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2023, 50(11): 76-87.
- [17] PFUND J, SCHWIDER J, BUROW R, et al. Absolute sphericity measurement: A comparative study of the use of interferometry and a Shack - Hartmann sensor [J]. *Optics Letters*, 1998, 23(10): 742-744.
- [18] CHEN CH, CHEN X G, GU H G, et al. Calibration of polarization effect of a high-numerical-aperture objective lens with Mueller matrix polarimetry [J]. *Measurement Science and Technology*, 2019, 30(2): 025201.
- [19] GUTIÉRREZ-CUEVAS R, ALEMÁN-CASTAÑEDA L A, HERRERA I, et al. Vectorial phase retrieval in super-resolution polarization microscopy [J]. *APL Photonics*, 2024, 9(2): 0179906.
- [20] JACOBS M, ESASHI Y, JENKINS N, et al. High-resolution, wavefront-sensing, full-field polarimetry of arbitrary beams using phase retrieval [J]. *Optics Express*, 2022, 30(15): 27967-27982.
- [21] 赖煜成,胡新元,吴家毅,等. 旋转波片法测量 Stokes 参量与 Jones 矩阵 [J]. *大学物理*, 2022, 41(3): 61-67.
- LAI Y CH, HU X Y, WU J Y, et al. Measuring stokes parameters and Jones matrix with rotating wave plate[J]. *College Physics*, 2022, 41(3): 61-67.

## 作者简介



**裴世鑫**, 2000 年于西北师范大学获得学士学位, 2005 年于中国科学院安徽光学精密机械研究所获得博士学位, 现为南京信息工程大学教授, 主要研究方向为光谱学、光学检测技术。

E-mail: peishixin@nuist.edu.cn.

**Pei Shixin** received his B.Sc. degree from Northwest Normal University in 2000, and his Ph.D. degree from the Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics in 2005. He is currently a professor at Nanjing University of Information Science and Technology. His main research interests include spectroscopy and optical metrology.



**郑改革**, 2006 年于南京晓庄学院获得学士学位, 2011 年于南京理工大学获得博士学位, 现为南京信息工程大学教授, 主要研究方向为纳米光子学。

E-mail: jsnanophotonics@yahoo.com

**Zheng Gaige** received his B.Sc. degree from Nanjing Xiao Zhuang University in 2006 and his Ph.D. degree from Nanjing University of Science and Technology in 2011. He is currently a professor at Nanjing University of Information Science and Technology. His main research interest is in nanophotonics.



**曹兆楼**(通信作者), 2009 年于中国科学技术大学获得学士学位, 2014 年于中国科学技术大学获得博士学位, 现为南京信息工程大学副教授, 主要研究方向为现代光学测试技术。

E-mail: zhaolou.cao@gmail.com

**Cao Zhaolou** (Corresponding author) received his B.Sc. degree and his Ph.D. degree both from the University of Science and Technology of China, in 2009 and 2014, respectively. He is currently an associate professor at Nanjing University of Information Science and Technology. His main research interest is modern optical measurement technology.