

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514539

基于双目视觉和扭摆法原理的刚体 惯性张量测量技术研究*

韩小林, 宋安玉, 金志鹏, 常 颀, 张烈山
(浙江理工大学信息科学与工程学院 杭州 310018)

摘 要:针对不规则刚体惯性张量测量问题,提出了一种融合双目视觉和扭摆法的惯性张量测量方案。首先通过参考至原子钟的时钟信号触发高分辨率工业相机采集单次测量扭摆运动序列图像,提取图像特征点后根据测量系统几何关系得到高精度摆角-时间曲线。基于该曲线,提取扭摆运动的周期和阻尼比,利用线性阻尼条件下的扭摆运动数学模型计算得到单次转动惯测量值。进一步,采用双目结构光三维重建技术获得被测物体和扭摆转盘点云,通过点云配准算法将物体实测点云与物体计算机辅助(CAD)模型点云精准对齐,求解齐次变换矩阵。再通过圆柱轴线拟合确定转轴方向,并利用上述齐次变换矩阵将其统一至CAD模型产品质心坐标系下,有效规避了传统测量方案存在的机械定位误差。计算得到物体质心坐标系各轴与扭摆转轴的夹角余弦值,结合转动惯量测量值建立1个惯性椭球方程。最终通过6个姿态的测量得到一个包含惯性张量全部参数的方程组,求解该方程组实现转动惯量与惯性积的高精度测量。对所提出的方法和系统开展了大量实验,实验结果验证了该方法的可行性和有效性。转动惯量测量绝对误差小于 $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,惯性主轴方位角最大偏差绝对值为 0.99° 。所提出的测量方案测量精度较高,不再依赖于机械定位,测量的效率和安全性显著提升,适用于多种产品的惯性参数测量。

关键词: 扭摆法;转动惯量;惯性张量;双目结构光;点云配准

中图分类号: TH824 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.6030

Research on measurement technology of inertia tensor of rigid body based on binocular vision and torsion

Han Xiaolin, Song Anyu, Jin Zhipeng, Chang Di, Zhang Lieshan

(School of Information Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To address the challenge of inertia tensor measurement for irregular rigid bodies, this article proposes a novel integrated method combining binocular vision and torsional pendulum techniques. First, high-resolution industrial cameras synchronized with an atomic clock are employed to capture sequential images of the torsional motion during a single measurement cycle. Feature points are extracted from the images, and a high-precision angular displacement-time curve is derived based on the geometric relationships within the measurement system. From this curve, the torsional vibration period and damping ratio are extracted. A linear damped torsional vibration model under linear damping conditions is subsequently applied to calculate the moment of inertia for a single measurement. Furthermore, binocular structured light 3D reconstruction technology is utilized to obtain the point cloud data of the measured object and the torsional pendulum. A point cloud registration algorithm is used to accurately align the real-measured point cloud of the object with the point cloud of the object's computer-aided design (CAD) model, solving for the homogeneous transformation matrix. The axis direction is determined through cylindrical axis fitting, and the homogeneous transformation matrix is used to transform the data into the coordinate system of the CAD model's product center of mass, effectively avoiding the mechanical positioning errors inherent in traditional measurement methods. The cosine values of the angles between the centroidal coordinate system axes and the torsional pendulum axis are computed. Combined with the measured moments of inertia, these values formulate an inertia ellipsoid equation. Ultimately, a system of equations encompassing all parameters of the inertia tensor is formulated through six rotational configurations and solved to achieve high-precision measurement of both the moments of inertia and inertia products. Extensive experiments are conducted

收稿日期: 2025-09-27 Received Date: 2025-09-27

* 基金项目: 国家自然科学基金项目(62271449)、浙江省大学生科技创新活动计划项目(2025R406A028)资助

on the proposed method and system. The experimental results evaluate the feasibility and effectiveness of the proposed method. The absolute error in the measurement of the moment of inertia is less than $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, and the maximum deviation in the principal axis orientation angle is 0.99° . The measurement proposed scheme proposed in this paper achieves high accuracy, no longer relying on mechanical positioning, significantly improving both measurement efficiency and safety. It is suitable for the measurement of inertial parameters of various products.

Keywords: torsion method; moment of inertia; inertia tensor; binocular structured-light; point cloud registration

0 引言

刚体的转动惯量与惯性张量作为描述其质量分布及转动惯性特性的核心物理参数,是动力学分析与控制的关键基础。其精确表征了物体绕不同轴旋转时抵抗角加速度的能力,直接决定了其动态响应特性。在航天领域,卫星、空间站等飞行器的姿态动力学建模与控制精度高度依赖于对其惯性张量的精确掌握,是保障轨道运行和姿态稳定的前提^[1-2]。在机器人领域,高速、高精度工业机械臂和仿人机器人,其关节力矩规划、轨迹跟踪性能乃至整体运动稳定性,都深刻受限于本体及负载的惯性张量精度^[3]。同样,在车辆动力学^[4](如赛车、无人机)及高端精密装备^[5](如数控机床主轴、飞轮储能系统和电机转子等)的设计、仿真与振动分析中,惯性张量亦是不可或缺的核心输入参数。因此,发展精确、高效、便捷的刚体惯性张量测量方法对于提升高精尖领域的研究水平与工程安全性至关重要。

当前单轴转动惯量测量主要采用复摆法^[6]、多线摆法^[7]与扭摆法^[8]。复摆法受摆轴摩擦和振幅衰减影响较大,且需确保质心与摆轴重合;多线摆法虽可承载大质量物体,但对安装条件敏感,安全性要求高。相比之下,扭摆法基于弹性扭杆模型,操作简便、适应性强,适合大尺寸刚体,且测量精度较高,但仅限单轴测量,且忽略阻尼将引入较大误差^[9]。在惯性张量测量中,质量线法^[10]和惯性椭球法^[11]被广泛应用。质量线法通过附加质量块结合模态试验反推惯性积,虽然减少了位姿调整,但系统复杂,且不适用于柔性体。惯性椭球法通过6个方向的转动惯量反解张量,理论严谨,但传统的一体化测量系统^[12]对机械定位依赖性强,角度误差易累积,难以完全通过算法补偿。

对于飞行器、汽车等载具来说,设计或工艺人员希望得到产品工作坐标系下(通常以质心为坐标原点)的惯性参数。因此,测量时需要严格得到被测产品与扭摆台的相对位姿关系,常规方法中,一般依赖机械定位得到几种特定的测量姿态。这样的做法,产品惯性参数的测量精度会受限于机械定位精度。近年来,机器视觉技术^[13]和非接触式三维测量技术^[14-15]快速发展。特别是基于双目结构光的三维重建^[16],具备亚毫米级精度、全场扫描

与非接触优势,已广泛应用于工业检测^[17]和逆向建模^[18]等领域。现将双目结构光三维重建技术与扭摆法相结合,提出了一种改进的刚体惯性张量测量方法。首先,通过视觉系统实时记录扭摆角度衰减曲线,并结合数值分析提取阻尼参数,从而提高了扭摆法单轴测量的精度。然后,扫描获取刚体点云数据,并与计算机辅助设计(computer-aided design, CAD)模型进行点云配准,自动解算位姿变换矩阵。基于圆柱轴线拟合确定转轴方向,实现物体与转轴坐标系的统一,避免了机械定位误差。在6次测量的实验基础上,通过空间向量计算姿态下物体与转轴的夹角及质心距离,最终通过惯性椭球方程反解得到完整的惯性张量。该方法不需要依赖被测产品与测量台之间严格的机械位姿限制,具有较好的测量柔性,能够为复杂刚体惯性参数的高精度、高效测量提供新途径。

1 基于扭摆法的惯性张量测量原理

在转动惯量测量中,扭摆实验测量台如图1所示,核心为扭杆与弹性扭簧。测量时,被测物体放在载物台上,在扭簧弹性势能驱动下绕中心转轴做往复扭振。该过程受空气阻力、轴承摩擦和弹性元件内阻尼等影响,若忽略阻尼将导致测量误差。为实现低成本高精度测量,需建立适用于大阻尼条件下的扭摆数学模型。

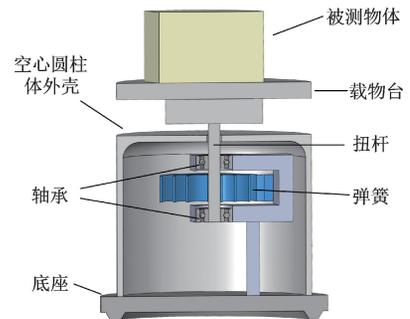


图1 扭摆测量台

Fig. 1 Diagram of the torsional pendulum measurement apparatus

根据阻尼状态下物体扭摆运动的力学分析可知,扭摆角 θ 与时间 t 的关系^[19]为:

$$\theta(t) = \frac{\theta_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \exp(-\zeta \omega_n t) \cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \quad (1)$$

其中, θ_0 为初始摆角, ζ 为扭摆系统的阻尼比, ω_n 无阻尼振动频率。根据式(1)可知扭摆曲线将以指数形式衰减。

转动惯量的计算公式为:

$$J = \frac{K}{(2\pi)^2} (1 - \zeta^2) T^2 \quad (2)$$

其中, K 为弹性元件的刚度系数, 可由实验标定得到, T 为有阻尼状态下的振动周期, ζ 为扭摆系统的阻尼比。由此根据扭摆法的测量原理, 建立了摆角 θ 关于时间 t 、阻尼比 ζ 、无阻尼自振频率 ω_n 的数学模型, 最终推导出线性阻尼条件下转动惯量的计算方法。

若已知被测物体的扭摆运动曲线如图 2 所示, 假设曲线上升(或下降)零点为 t_i , 扭摆角的极大值为 θ_i , 其中 $i=0, 1, 2, \dots, n$, 则阻尼比 ζ 和有阻尼振动周期 t_d 可通过式(3)和(4)求解, 即:

$$t_d = \frac{\sum_{i=0}^N (t_{i+1} - t_i)}{N + 1} \quad (3)$$

$$\zeta = \frac{1}{2\pi N} \ln \left(\frac{\theta_0}{\theta_n} \right) \quad (4)$$

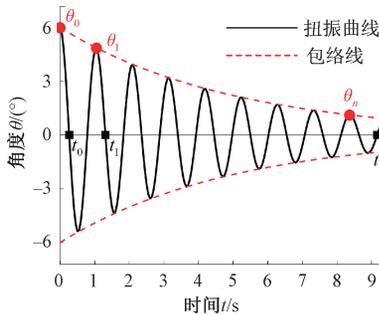


图 2 扭摆角位移曲线

Fig. 2 Angular displacement curve of torsional oscillation

实验中求取惯性积采用惯性椭球法。利用平行轴定理和旋转轴定理可得:

$$J - md^2 = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma - 2J_{xy} \cos \alpha \cos \beta - 2J_{yz} \cos \beta \cos \gamma - 2J_{xz} \cos \alpha \cos \gamma \quad (5)$$

其中, J 为物体相对于扭摆轴的转动惯量, m 为物体质量, d 为物体质心到扭摆轴的距离, α, β, γ 为物体质心坐标系 X, Y, Z 轴与扭摆轴的夹角, 如图 3 所示。 J_x, J_y, J_z 为物体绕 X, Y, Z 这 3 个方向的转动惯量又称惯性矩; J_{xy}, J_{yz}, J_{xz} 为物体的 3 个惯性积。为了测量 3 个转动惯量和 3 个惯性积参数, 至少对物体进行 6 个以上位姿的测量, 通过联立方程组来解算这 6 个被测参数。

由此可以得到物体在该质心处的惯性张量矩阵 J_0 :

$$J_0 = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

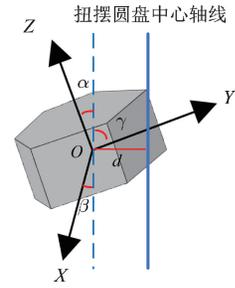


图 3 物体质心坐标系与转轴角度位姿关系

Fig. 3 Relationship between the object's center of mass coordinate system and the axial angle pose

其中, $J_{xx} = J_x, J_{yy} = J_y, J_{zz} = J_z, J_{xy} = J_{yx}, J_{yz} = J_{zy}, J_{xz} = J_{zx}$ 。

在质心坐标系下, 可计算出物体绕质心的任意轴的转动惯量, 假设该轴的方向向量单位化后为 \mathbf{n} , 则转动惯量 J_w 可表示为:

$$J_w = \mathbf{n}^T \times J_0 \times \mathbf{n} \quad (7)$$

在测量刚体的惯性张量时, 惯性张量应基于物体的工作坐标系(物体质心为原点)进行定义。为了确保这一点, 在 3D 建模软件中创建 CAD 模型后, 根据产品设计要求创建一个以物体质心为原点的新坐标系, 并将该坐标系指定为模型导出的基准。这样生成的 CAD 模型点云数据将直接位于产品工作坐标系下, 也即质心坐标系下, 从而确保惯性张量矩阵的物理意义明确, 同时避免因多次坐标系转换引入误差。

实验中先通过扭摆法测量物体绕该轴的转动惯量值, 然后通过惯性椭球法求解惯性矩和惯性积。但是, 在实际测量时, 对于不规则的异形体, 无法使用机械定位的方式去精确建立扭摆转轴与物体位姿的关系, 进而导致无法精确计算其惯性积, 本方法创新性的引入双目结构光三维重建技术, 获取刚体点云并与物体 CAD 模型进行点云配准, 解算得到齐次变换矩阵; 再通过圆柱轴线拟合确定转轴方向, 并利用上述齐次变换矩阵将其统一至 CAD 模型质心坐标系, 以实现姿态的精确计算。最终, 在 CAD 模型质心坐标系下提取每组实验的姿态夹角余弦与质心距离, 规避机械定位误差, 并基于 6 次扭摆实验建立惯性椭球方程组, 反解出完整的惯性张量。

2 基于多目视觉的刚体惯性张量测量方法

为实现惯性椭球法所需的 6 次单轴转动惯量及其对应姿态的高精度获取, 提出改进方案: 首先, 利用原子钟精确触发高分辨率工业相机, 实时记录扭摆角度衰减曲线, 结合数值分析提取阻尼参数, 从而提高单轴测量精度并降低模型误差; 其次, 引入双目结构光三维重建技术, 获取刚体点云并与 CAD 模型进行点云配准, 解算得到齐

次变换矩阵;再通过圆柱轴线拟合确定转轴方向,并利用齐次变换矩阵将其统一至 CAD 模型质心坐标系,计算物体质心坐标系与当前转轴的距离与夹角位姿关系,最后解算出惯性张量。

2.1 基于机器视觉测量绕扭摆轴的刚体转动惯量

为精确记录扭摆运动过程,采用高分辨率工业相机进行视频采集,其触发采样的时间精度直接影响运动参数提取的准确性。选用铷原子钟作为时钟基准源,其基于原子能级跃迁原理(频率稳定度达 10^{-11} 量级)提供超高稳定性计时信号,使时间测量具备可追溯的计量学意义。通过铷原子钟输出 10 MHz 基准频率至 51 单片机,经内部定时器分频生成特定频率的触发信号,最终驱动工业相机实现微秒级同步曝光控制,整体测量示意图如图 4 所示。

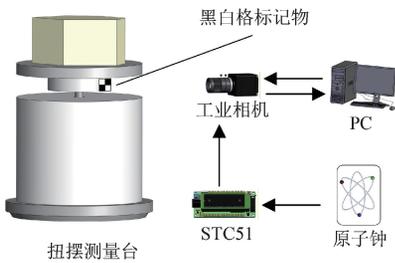


图 4 测量示意图

Fig. 4 Diagram of the measurement setup

为实现非接触式高精度角位移测量,采用基于相机的小孔成像模型,通过图像处理跟踪扭摆运动中的特征像点,推算其对应物点的实际运动轨迹。先按照传统方法定义 3 个坐标系^[8](世界坐标系、像素坐标系、像平面坐标系)然后整理得到像素坐标系与世界坐标系的转换关系:

$$\begin{cases} x_w = \frac{U_0(u - u_0)}{f_x} \\ y_w = \frac{U_0(V - V_0)}{f_y} \end{cases} \quad (8)$$

其中, U_0 为相机镜头到世界坐标系原点的距离, f_x 为 U 轴方向归一化焦距, $f_x = f/d_x$; f_y 为 V 轴方向归一化焦距, $f_y = f/d_y$, 其中 f 为镜头的焦距, d_x 和 d_y 为两个方向的相机感光面像素大小。 u_0 、 v_0 为成像、平面坐标系原点在图像坐标系中的坐标。式(8)建立了图像像素与物体平面上的点之间的一一对应关系。由表达式可知空间坐标系某尺寸长度会在图像坐标系中按照某一确定比例变化。因此像素坐标系中求得的扭摆角等于世界坐标系中扭摆角的大小。

为实时捕捉扭摆角位移变化,采用如图 5 所示的黑白格标记物,对称粘贴于扭摆台载物盘边缘,实验中,以

黑白角点为测量点,仅分析其水平坐标变化。由于标记贴在圆柱表面,扭摆时中心点会偏离初始位置,影响成像距离。通过视觉系统连续采集图像,利用逐帧处理精确提取角点位置的像素坐标,其偏移量可反映角位移的瞬时变化,进而构建出完整的角位移—时间曲线。

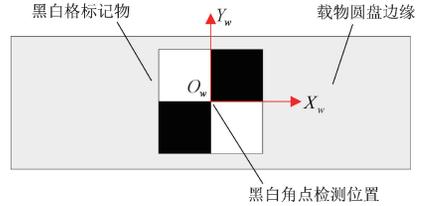


图 5 黑白格标记物

Fig. 5 Black-and-white checkerboard marker

如图 6 所示,假设标记点的中心点为 A , 其在物平面坐标系中的坐标为 (x_1, y_1) , 对应的成像点为 A_1 。其像素坐标为 (u_1, v_1) , 根据式(8)可得到它的坐标。根据图 6 所示的几何关系,计算扭摆角位移 θ 的公式为:

$$\theta = \arcsin \frac{x_1 - x_0}{R} \quad (9)$$

其中, x_0 表示标记物中心点在初始位置的水平坐标,当初始位置理想对齐时,此值为 0。角位移的极性由 A 点的 x 轴坐标值的极性决定,初始扭转角定义为正极性方向。如图 6 所示,物体距离变化 ΔU_0 可以用式(10)计算,即:

$$\Delta U_0 = (1 - \cos\theta)R \quad (10)$$

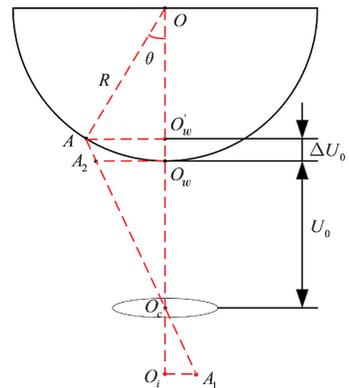


图 6 扭摆角位移计算示意图

Fig. 6 Diagram of torsional angular displacement calculation

三角形 $\Delta A O'_w O_c$ 与三角形 $\Delta A_1 O_1 O_c$ 为相似三角形,进一步推导如式(11)所示。

$$\frac{U_0 + \Delta U_0}{f_x} = \frac{x_1 - x_0}{u_1 - u_0} \quad (11)$$

其中, u_0 表示初始位置标记物中心的水平像素坐标,当初始位置理想对齐时,此值为 0。

联立式(9)~(11)可得:

$$R \sin \theta = \frac{[U_0 + (1 - \cos \theta)R](u_1 - u_0)}{f_x} \quad (12)$$

由式(12)可知,只有一个未知变量 θ ,利用查表法可以精确计算出各时间点的角位移。

为精确获取扭摆角度与时间的关系,需从相机拍摄的视频中提取像面坐标系下黑白格标记物特征线的横坐标,先对图像进行预处理,包括畸变校正、感兴趣区域(region of interest, ROI)提取、高斯滤波、二值化和形态学操作等。经过处理后,再使用 OpenCV 中的角点检测函数进行黑白角点检测,最终提取角点的横坐标值。

基于上述方法构建了视觉与扭摆联合的角位移-时间序列提取流程,绘制扭摆角曲线,提取其极点与零点,通过周期与阻尼计算转动惯量。该方法实现了非接触

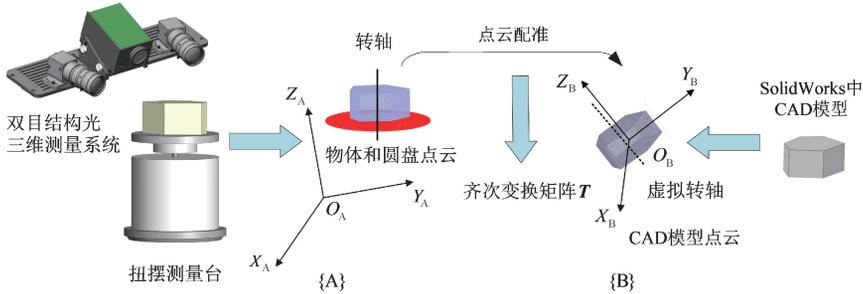


图7 坐标系统一示意图

Fig. 7 Diagram of coordinate system unification

1) 点云配准与坐标系的统一

双目结构光三维重建系统由两台高分辨率工业相机和一个投影仪组成,其三维重建的主要流程为:首先对左、右两个相机进行标定;随后,投影仪将预设的特定光栅条纹图像与格雷码图像依次投射至待测物体表面,并同步触发双相机进行拍摄;接着,基于所获取的图像进行相位计算,求得绝对相位;进而,通过立体匹配生成视差图;最后,依据相机标定参数及三角测量原理,将视差图转换为三维点云,完成待测物体的三维重建工作,由此可以得到被测物体表面点云信息和扭摆转盘点云信息。

基于相机坐标系下的扭摆圆盘表面点云,可以进行圆盘圆柱轴线拟合,此拟合出的轴线即为扭摆中心轴线。在三维空间中,圆柱体是到其中心轴线距离为常数 r 的点的集合,圆柱体由以下参数唯一确定,圆柱体中心轴线上的点 $p_0(x_0, y_0, z_0)$ 、方向向量 $s = (a, b, c)$ 为单位向量,即 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$,即:

$$A = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \quad (13)$$

$$B = [a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0)]^2 \quad (14)$$

式、自动化、量化的转动惯量测量过程,显著提升了测量精度与可靠性。

2.2 基于结构光双目立体视觉测量惯性张量

针对惯性张量测量中物体位姿与扭摆转轴角度关系的机械定位误差难以辨识与消除的难题,提出一种基于双目结构光三维重建与扭摆法的刚体惯性张量测量方法。该方法通过双目结构光系统扫描获取在相机坐标系 $\{A\}$ 下被测物体和转盘点云数据,利用点云配准算法将实测点云与物体CAD模型精准对齐,求解齐次变换矩阵。基于此矩阵,将扭摆转盘拟合轴线统一至CAD模型质心坐标系 $\{B\}$ 下,坐标系统一示意图如图7所示。然后通过空间矢量运算精确计算物体质心坐标系各轴向与扭摆转轴的夹角余弦,最终结合6组独立位姿的转动惯量测量值,依据惯性椭球方程,反解惯性张量,实现转动惯量与惯性积的全参数高精度测量。

因此圆柱面的方程可以表示为: $r = \sqrt{A - B}$ 。定义数据点集合 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 为双目结构光三维重建系统得到的相机坐标系下扭摆载物台表面的点云, n 为点云个数, $p_j = (x_j, y_j, z_j)$, $p_j \in P, j \in [1, n]$,在最小二乘法拟合过程中,定义点的拟合误差为点到圆柱载物台中轴线的距离与载物台半径之差,表示为:

$$\begin{cases} v_j = \sqrt{A - B} - r \\ F = \sum_{j=1}^n v_j^2 \rightarrow \min \end{cases} \quad (15)$$

基于几何分析的拟合算法对上式的误差进行线性化处理,舍去高次项,然后按照高斯牛顿迭代法计算,最终得到在相机坐标系下的扭摆载物台轴线估计值。

上面得到的物体表面点云和扭摆圆盘轴线是在相机坐标系 $\{A\}$ 下的,而物体CAD模型点云是建立在CAD模型质心坐标系 $\{B\}$ 下的。无法在同一空间坐标系下进行计算物体与扭摆轴的位姿关系,将三维重建得到的相机坐标系下的物体点云作为源点云,物体CAD模型点云作为目标点云,现利用点云配准得到之间的齐次变换矩阵 T ,由此可以得到 ${}^B P = T^A P$,其中

${}^A\mathbf{P}$ 为相机坐标系下一点, ${}^B\mathbf{P}$ 为此点在 CAD 模型坐标系下的坐标位置。

其中点云配准分为粗配准和精配准两个阶段。粗配准通过快速估算初始点云对齐矩阵, 为精配准提供起点。实验中, 首先对点云进行预处理, 包括去噪、体素下采样和滤波等, 以简化模型并提高配准稳定性。然后, 可以使用内在形状特征 (intrinsic shape signatures, ISS) 关键点检测器和快速点特征直方图 (fast point feature histograms, FPFH) 算法提取局部几何特征, 最后通过随机采样一致性 (random sample consensus, RANSAC) 算法实现粗配准。精配准通过迭代最近点 (iterative closest point, ICP) 算法优化点云对齐精度, 然后用 K 维树 (K-dimensional tree, KD-Tree) 方法改进 ICP 算法进行精确配准。其整体流程如图 8 所示。



图 8 点云配准算法流程

Fig. 8 Flowchart of point cloud registration algorithm flowchart

通过以上粗配准和精配准步骤, 可以将源点云和目标点云配准, 即将双目结构光三维重建系统得到的物体实测点云与物体 CAD 模型点云进行配准。

由点云配准得到的齐次变换矩阵 \mathbf{T} 可以建立两坐标系之间点的转化, 其示意图如图 7 中所示。基于此, 应用该齐次变换矩阵 \mathbf{T} , 可以得到相机坐标系下的载物转盘中心轴线在物体 CAD 模型坐标系中的表示, $\mathbf{s}' = \mathbf{T} \times \mathbf{s}, \mathbf{p}'_0 = \mathbf{T} \times \mathbf{p}_0$ 。其中 \mathbf{s}' 、 \mathbf{p}'_0 分别为 CAD 模型坐标系下中心轴线的方向向量和中轴线上的一点。应用此变换时, 物体与转轴的相对位姿在两坐标系中均保持不变, 此时, 在物体 CAD 模型坐标系下, 可以较为精确的计算物体质心与扭摆轴的距离与物体坐标轴与扭摆轴的夹角。

2) 惯性张量的计算

在被测物质心处建立坐标系, 将扭摆台上载物台设计成圆柱形, 获得载物台圆盘点云后, 由圆柱轴线拟合算法得到圆盘轴线, 具体示意图如图 9 所示, 让不规则物体以 6 种不同的姿态放置于载物圆盘上。在实际测量中, 使用集成球面副关节的工装夹具固定被测物体。该球面副关节安装在夹具支撑结构的交汇处, 提供多个自由旋转角度, 能够灵活地调整并稳定被测物体的空间姿态。然后每次由双目结构光三维重建系统扫描得到不同姿态的物体点云与载物台圆盘点云, 将每一次的物体点云分别与 CAD 模型点云进行配准, 得到每一次的齐次变换矩阵, 此时, 再利用该齐次变换矩阵将拟合的载物圆盘中心轴线转换到物体 CAD 模型坐标系中。至此, 物体 CAD 模型点云和载物圆盘中心轴线均在物体 CAD 模型坐标系下, 完成了坐标系的统一。

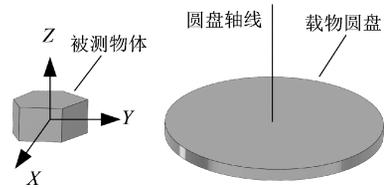


图 9 物体坐标系与圆盘轴线示意图

Fig. 9 Diagram of the object coordinate system and the disk axis line

设在物体 CAD 模型坐标系中, 扭摆圆盘的中轴线的方向向量为 $\mathbf{s}' = (a_1, b_1, c_1)$, 其上的一点记为 $p'_0(x_1, y_1, z_1)$, 物体质心坐标 $T(x, y, z)$ 。t 表示待测物体的质心投影到载物台中心轴上的比例因子。应用向量夹角公式与点到直线距离公式就可以得到在 CAD 模型坐标系下精确计算出物体质心到扭摆轴的距离 d 和物体 3 个坐标轴与扭摆轴的夹角 α 、 β 和 γ 的计算。

$$d = \sqrt{(x_t - x_1 - at)^2 + (y_t - y_1 - bt)^2 + (z_t - z_1 - ct)^2} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{\mathbf{X} \times \mathbf{s}'}{|\mathbf{X}| |\mathbf{s}'|} \\ \cos\beta = \frac{\mathbf{Y} \times \mathbf{s}'}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{s}'|} \\ \cos\gamma = \frac{\mathbf{Z} \times \mathbf{s}'}{|\mathbf{Z}| |\mathbf{s}'|} \end{cases} \quad (17)$$

在已知扭摆测量台的刚度系数, 为了测量物体惯性张量进行的步骤为:

(1) 根据扭摆法原理, 在测量不规则外形物体之前需要利用基于最小二乘法的点云圆柱轴线拟合算法来确定相机坐标系下扭摆载物台的轴线信息; 扭摆法需要至少 6 种不同的姿态来联立方程, 所以每次测量时夹具的位姿会不同, 在测量转动惯量之前, 需要先标定得到当前姿态的空载转动惯量 J_{0i} , 其中 i 为测量姿态序号。

(2) 使用夹具固定好被测物体, 利用双目结构光三维重建系统扫描得到被测物体外形点云, 将点云与被测物体 CAD 模型进行匹配, 得到相机坐标系与 CAD 模型坐标系的刚体变换矩阵, 进而计算得到物体质心和转轴在物体 CAD 模型定义的自身坐标系下的位置。

(3) 利用基于双目结构光得到的点云信息的坐标轴统一算法计算出在 CAD 模型物体坐标系坐标轴 X 、 Y 、 Z 相对于扭摆载物台中心轴的夹角 α_i 、 β_i 、 γ_i , 物体质心到扭摆载物台中心轴的距离 d_i , 其中 i 代表测量姿态

序号。

(4) 激励扭摆测量台, 使其发生扭摆运动, 进而得到扭摆曲线, 提取扭摆角位移曲线特征点, 根据式 (3) 和 (4) 得到扭摆周期和阻尼比, 进而计算得到本次测量的转动惯量值, 即:

$$J_i = \frac{K}{(2\pi)^2} (1 - \zeta^2) T_i^2 - J_{0i} \quad (18)$$

转换被测物体的姿态, 重复步骤 (2) ~ (4), 直到 6 种负载姿态全部测量完毕。联立方程组式 (19), 即:

$$\begin{cases} J_1 - md_1^2 = J_x \cos^2 \alpha_1 + J_y \cos^2 \beta_1 + J_z \cos^2 \gamma_1 - 2J_{xy} \cos \alpha_1 \cos \beta_1 - 2J_{yz} \cos \beta_1 \cos \gamma_1 - 2J_{xz} \cos \alpha_1 \cos \gamma_1 \\ J_2 - md_2^2 = J_x \cos^2 \alpha_2 + J_y \cos^2 \beta_2 + J_z \cos^2 \gamma_2 - 2J_{xy} \cos \alpha_2 \cos \beta_2 - 2J_{yz} \cos \beta_2 \cos \gamma_2 - 2J_{xz} \cos \alpha_2 \cos \gamma_2 \\ \vdots \\ J_6 - md_6^2 = J_x \cos^2 \alpha_6 + J_y \cos^2 \beta_6 + J_z \cos^2 \gamma_6 - 2J_{xy} \cos \alpha_6 \cos \beta_6 - 2J_{yz} \cos \beta_6 \cos \gamma_6 - 2J_{xz} \cos \alpha_6 \cos \gamma_6 \end{cases} \quad (19)$$

记:

$$\begin{cases} J_1 - md_1^2 = J_{p1} \\ J_2 - md_2^2 = J_{p2} \\ \vdots \\ J_6 - md_6^2 = J_{p6} \end{cases} \quad (20)$$

$$\mathbf{J}_p^T = (J_{p1}, J_{p2}, \dots, J_{p6}) \quad (21)$$

$$\mathbf{J}^T = (J_x, J_y, J_z, J_{xy}, J_{yz}, J_{xz}) \quad (22)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \cos^2 \beta_1 & \cos^2 \gamma_1 & -2\cos \alpha_1 \cos \beta_1 & -2\cos \beta_1 \cos \gamma_1 & -2\cos \alpha_1 \cos \gamma_1 \\ \cos^2 \alpha_2 & \cos^2 \beta_2 & \cos^2 \gamma_2 & -2\cos \alpha_2 \cos \beta_2 & -2\cos \beta_2 \cos \gamma_2 & -2\cos \alpha_2 \cos \gamma_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_6 & \cos^2 \beta_6 & \cos^2 \gamma_6 & -2\cos \alpha_6 \cos \beta_6 & -2\cos \beta_6 \cos \gamma_6 & -2\cos \alpha_6 \cos \gamma_6 \end{bmatrix}$$

则上式改写为:

$$\mathbf{J}_p = \mathbf{A} \mathbf{J} \quad (23)$$

解得:

$$\mathbf{J} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{J}_p \quad (24)$$

3 实验验证

为验证所设计提出的融合双目结构光三维重建和扭摆法原理的转动惯量测量系统的有效性、准确性, 在实验室搭建测量系统, 其系统实物图如图 10 所示。

主要由自制扭摆台、工业相机 (HT-SUF401GC-T1V-C)、自制双目结构光三维测量系统、铷原子钟 (10 MHz)、51 单片机 (STC89C52)、工装夹具以及上位机构成。工业相机用于记录扭摆曲线, 结构光双目三维重建系统用于获取被测物体和扭摆圆盘的点云信息。上位机软件系统能够实现图像获取、图像预处理和特征点提取最后计算出扭摆曲线、物体的转动惯量、惯性张量等功能。

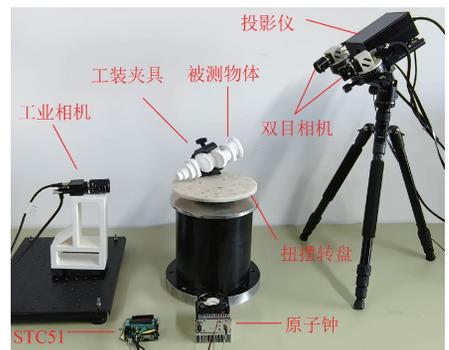


图 10 系统实验测量平台

Fig. 10 System experimental measurement platform

3.1 单轴转动惯量测量实验

1) 重复性测量实验

现有一质量均匀的实心圆柱标准件, 其质量为 $m = 459.2 \text{ g}$, 底面直径为 $D = 80 \text{ mm}$, 高 $h = 80 \text{ mm}$ 。根据圆柱体转动惯量定义公式可以计算出其绕中心轴线的转动惯量为 $3.6736 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 以该值为测量的相对真

值。本实验系统对标准圆柱体进行测量,其实测曲线如图 11 所示。

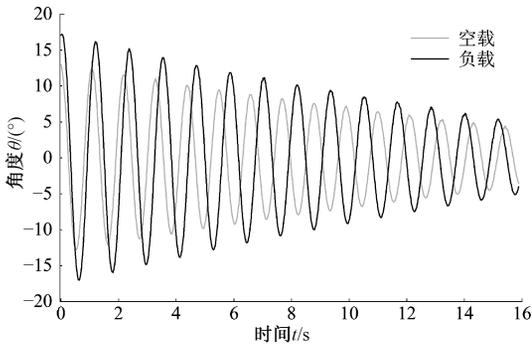


图 11 实测扭摆曲线

Fig. 11 Measured torsional oscillation curve

首先测量空载转盘的转动惯量,得到空载扭摆曲线,计算出空载转动惯量。然后,将物体置于转盘中心,测量得到有载扭摆曲线,并计算此时的转动惯量。最终,通过减去空载转动惯量,得到物体的转动惯量(下文中所有测得的转动惯量均为去除空载转动惯量后的物体转动惯量)。经过多次测量,并取其平均值得到被测物体转动惯量为 $3.6917 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。为了验证测量结果的重复性,在相同的实验条件下,对 6 个不同质量的标准件分别进行了 10 次测量实验,结果如图 12 所示。

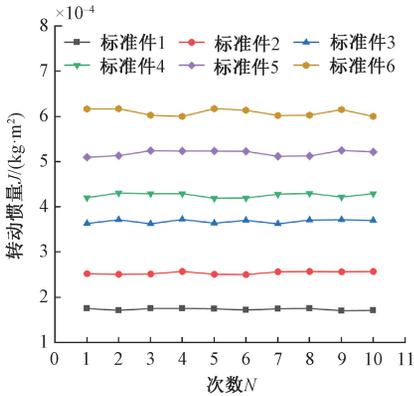


图 12 多个标准件转动惯量测量结果

Fig. 12 Measurement results of rotational inertia for multiple standard parts

计算每个标准件 10 次测量的平均值、绝对误差和标准差,结果如表 1 所示。

实验结果表明,所设计的基于机器视觉的扭摆法转动惯量测量系统具有较高精度。对于多个标准件进行多次测量,其平均值与真值相比的绝对误差小于 $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。在重复性方面,同一标准件多次测量结果的离散程度小,且每次测量结果均稳定在真值附近,标准差小于 $0.8 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

表 1 多个标准件重复性实验结果

Table 1 Reproducibility measurement experimental results for multiple standard parts

标准件	转动惯量真值 $J_0 \times 10^{-4} /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	测量平均值 $J \times 10^{-4} /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	绝对误差 $\Delta \times 10^{-4} /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	标准差 $\delta \times 10^{-4}$
1	1.734 4	1.742 6	0.008 2	0.040 7
2	2.543 7	2.556 0	0.012 3	0.061 4
3	3.673 6	3.691 7	0.018 1	0.066 2
4	4.252 8	4.275 1	0.022 3	0.066 8
5	5.176 2	5.203 1	0.026 9	0.067 5
6	6.087 9	6.120 2	0.032 3	0.079 3

2) 阻尼对转动惯量测量的影响

物体在做扭摆运动过程中将会受到来自空气摩擦阻力,轴承摩擦阻力等阻尼作用的影响,若忽略阻尼的作用,实际转动惯量的测量值将产生较大的误差。为量化阻尼对测量结果的影响程度,对 6 个不同转动惯量的被测物体进行实验测量,并对比了考虑与忽略阻尼比两种情况下的计算结果差异,结果如表 2 所示。

表 2 阻尼比转动惯量的影响

Table 2 Impact of damping ratio on rotational inertia

编号	阻尼比 ζ	转动惯量真值 $J_0 \times 10^{-4} /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	忽略阻尼比转动惯量测量值 $J' \times 10^{-4} /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	相对偏差/ %
1	0.011 7	1.734 4	1.742 8	0.484
2	0.012 3	2.543 7	2.556 4	0.502
3	0.013 2	3.673 6	3.692 3	0.509
4	0.013 7	4.252 8	4.275 1	0.524
5	0.014 5	5.176 2	5.204 2	0.541
6	0.015 2	6.087 9	6.121 6	0.554

根据表 2 结果,在同一坐标系下绘制出阻尼对转动惯量测量结果的折线图如图 13 所示。

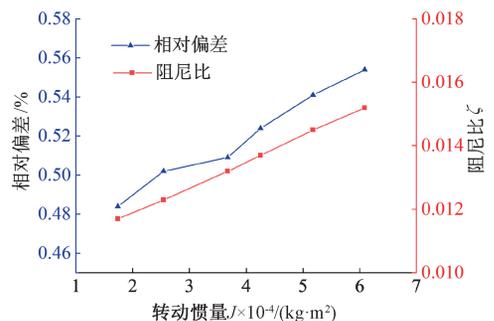


图 13 阻尼对转动惯量测量的影响

Fig. 13 Impact of damping on rotational inertia measurement

由表2、图13可知,随着被测物体的转动惯量增大,其对应的阻尼比也随之增大,且忽略阻尼比导致的测量相对偏差也在增加。因此,在实际应用扭摆法测量转动惯量时,准确获取阻尼比至关重要。本实验设计的测量方法通过精确测定阻尼比并对转动惯量测量值进行修正,显著提升了测量精度。

3.2 惯性张量测量

本套双目结构光三维测量系统实验设备搭建完成后经标准球实验测定结果表明本套设备三维重建精度可达0.05 mm。然后本次实验采用如图14所示的发动机曲轴模型作为测量对象。

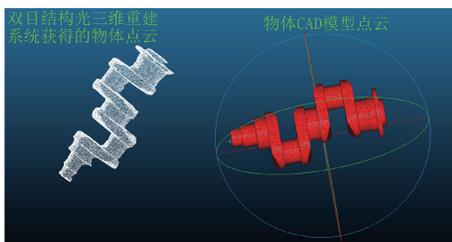


图14 发动机曲轴模型

Fig. 14 Model of the engine crankshaft

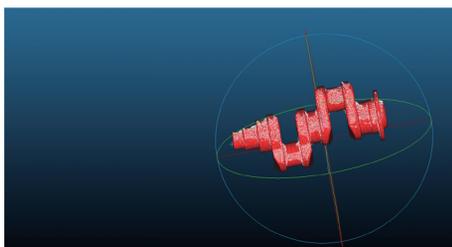
首先对其进行三维重建获得其表面点云,如图15(a)所示,然后利用点云配准算法得到其与曲轴CAD模型点云配准后的转换矩阵,如式(25)所示。其配准效果如图15(b)所示。

$$T = \begin{bmatrix} -0.958 & 0.218 & -0.185 & 197.189 \\ 0.286 & 0.769 & -0.572 & 40.661 \\ 0.018 & -0.601 & -0.799 & 38.079 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$



(a) 扫描获得的点云与CAD模型点云

(a) Point cloud obtained from scanning and CAD model point cloud



(b) 点云配准后效果图

(b) Point cloud registration result diagram

图15 点云配准示意图

Fig. 15 Diagram of point cloud registration

在完成点云配准后,对配准结果的精度进行了系统评估。采用点到点均方根误差(root mean square error, RMSE)、平均绝对误差(mean absolute error, MAE)、最大误差等指标对配准效果进行了量化分析。实验结果显示,该方法在整体范围内实现了RMSE=0.5 mm、MAE=0.4 mm,最大误差为1.4 mm。此外,误差分布分析表明,超过95%的点对误差小于0.9 mm,充分证明了本次点云配准效果较好,精度较高。

基于上面的点云配准获取的相机坐标系至CAD模型坐标系的刚性变换矩阵 T 可将扭摆转盘点云从相机坐标系转换至CAD模型世界坐标系。然后根据圆柱轴线拟合算法得到扭摆转盘的轴心位置。在统一坐标系下,通过空间向量运算精确计算物体CAD模型质心坐标系各轴向与扭摆转轴的轴间夹角余弦值 $\cos\theta$ 以及质心到转轴的距离 d ,为了验证该方法的可靠性,本次实验将已知全部惯性参数的上述曲轴模型(其质量为 $m=331.8$ g)作为样件进行测量验证。表3记录了曲轴模型在6种不同姿态下的测量结果数据。表4列出了曲轴模型质心处的惯性张量理论值(通过3D建模软件中的CAD模型计算得出)与实验测量计算后得到的实际惯性张量值。

表3 不同姿态下物体的转动惯量值与扭摆轴的位姿关系
Table 3 Relationship between the rotational inertia values of the object at different poses and the pose of the torsion axis

次数	转动惯量 测量值 $J \times 10^{-3} /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	与坐标轴 X轴夹角 α 的余弦 值 $\cos\alpha$	与坐标轴 Y轴夹角 β 的余弦 值 $\cos\beta$	与坐标轴 Z轴夹角 γ 的余弦 值 $\cos\gamma$	质心距扭 摆转轴的 距离 $d /$ mm
1	2.258 83	-0.556 96	0.688 01	0.465 23	69.481
2	2.432 69	0.542 88	0.198 49	-0.816 02	72.467
3	2.641 93	0.541 25	0.791 62	0.283 51	77.371
4	2.077 89	0.552 72	-0.809 15	-0.199 44	65.562
5	2.015 54	0.909 45	0.173 94	0.377 69	71.963
6	2.527 05	0.521 57	-0.779 14	0.347 71	74.476

通过测量值与理论值的对比可以得出结论:转动惯量测量绝对误差小于 $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,相对误差小于0.57%,惯性积值相对较小,不宜采用相对或绝对误差衡量,一般采用惯性主轴方位角偏差来描述,该实验系统惯性主轴方位角最大偏差绝对值为 0.99° ,证明了该系统具有较高的测试精度。

3.3 讨论

传统的惯性椭圆法在测量惯性张量时高度依赖机械定位,其测量精度易受定位装置的装配误差和角度累积

表 4 样件的理论惯性张量值和实测惯性张量值对比

Table 4 Comparison of theoretical and measured inertia parameters for standard parts

参数	转动惯量 $\times 10^{-3}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$			惯性积 $\times 10^{-3}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$			惯性主轴方位角/ $(^\circ)$		
	J_{xx}	J_{yy}	J_{zz}	J_{xy}	J_{yz}	J_{xz}	X	Y	Z
理论值	0.161 18	0.860 34	0.934 19	0	0	0	$\begin{pmatrix} 0/180 \\ 90 \\ 90 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 90 \\ 0/180 \\ 90 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 90 \\ 90 \\ 0/180 \end{pmatrix}$
实测值	0.162 11	0.856 81	0.929 24	0.007 46	0.000 47	-0.010 37	$\begin{pmatrix} 179.01 \\ 89.38 \\ 90.77 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 89.38 \\ 0.68 \\ 90.28 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 89.22 \\ 90.29 \\ 179.18 \end{pmatrix}$
误差	0.57%	0.41%	0.53%	—	—	—	$\begin{pmatrix} -0.99 \\ -0.62 \\ 0.77 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.63 \\ 0.68 \\ 0.28 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.78 \\ 0.29 \\ -0.82 \end{pmatrix}$

误差影响,且这些误差难以通过后续算法完全补偿。相比之下,提出的融合双目结构光三维重建与六位姿扭摆实验的测量方法,显著降低了对机械定位的依赖性。通过高精度的三维重建技术和多位姿角度测量,有效规避了传统方法中因机械结构引入的系统误差,从而提升了惯性张量的测量精度、测量效率等。

实验结果表明,本套装置的转动惯量测量绝对误差不超过 $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,同一标准件的多次测量结果离散程度较小,各次测量值均稳定分布于真值附近,标准差小于 $0.8 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。转动惯量测量相对误差小于 0.57%,惯性主轴方位角最大偏差绝对值为 0.99° 。然而,尽管该方法在减小机械定位误差方面具有明显优势,实验过程中仍不可避免地存在其他误差来源。主要包括扭摆法在单轴测量时的误差、双目结构光三维重建误差以及后续点云配准误差等。这些误差在实验流程中可能逐步累积,最终影响惯性张量的测量结果,成为整体测量精度的主要制约因素。

综合而言,所提出的融合双目结构光三维重建与六位姿扭摆实验测量方法在规避传统机械定位误差、提升测量精度方面具有显著优势,但在实际应用中仍需重视和优化各环节的误差控制。未来可从提高三维重建精度、优化点云配准算法和改进实验装置等方面进一步提升惯性张量的测量准确性和可靠性。

4 结 论

针对非规则刚体惯性张量测量过程中机械定位误差难以消除的问题,本测量方案在扭摆法的基础上,提出了

基于双目结构光三维重建与六位姿扭摆实验的融合测量方法。通过被测物体点云与 CAD 模型进行配准,建立转轴与物体坐标系的自动映射关系,取代了传统机械定位对基准面的依赖。结合大阻尼扭摆修正模型与惯性椭球方程,实现转动惯量与惯性积的高精度解算。

实验验证表明:系统转动惯量测量绝对误差小于 $0.5 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,惯性主轴方位角最大偏差绝对值为 0.99° 。在同等条件下,与采用传统方法测量的绝对误差 $2.8 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$,惯性主轴方位角最大偏差 3.72° 相比,本方法测量精度显著提高。为了进一步减小测量误差,提高惯性张量的测量精度,可以通过增加测量状态来优化结果,进行超过 6 次的不同姿态测量,然后使用最小二乘法求得最优解。然而,增加测量次数会延长测量时间,因此在实际操作中需要根据具体情况做出合理的选择。

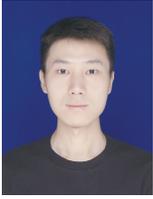
参考文献

- [1] PREVIATI G, MASTINU G, GOBBI M. Mass, centre of gravity location and inertia tensor of electric vehicles: Measured data for accurate accident reconstruction [J]. World Electric Vehicle Journal, 2024, 15(6): 266.
- [2] OSTANIN I A, SPERL M. Arbitrary controlled re-orientation of a spinning body by evolving its tensor of inertia [J]. Computer Physics Communications, 2024, 300: 109181.
- [3] ASHHEPKOVA N. Analysis of the inertia tensor of autonomous mobile robot [J]. Technology Audit and Production Reserves, 2022, 1(2): 36-40.
- [4] VANNUCCINI T, BARTOLOZZI R, BUCCHI F, et al.

- Assessment of a simple methodology for the identification of inertial parameters of semi-trailers[J]. *Transportation Engineering*, 2025, 20: 100315.
- [5] LIU D, LI CH, MA Y H, et al. Stability and frequency analysis for inertia asymmetry rotor based on hill method[C]. *International Conference on Maintenance Engineering*, 2020: 773-783.
- [6] SHAKOORI A, BETIN A V, BETIN D A. Comparison of three methods to determine the inertial properties of free-flying dynamically similar models[J]. *Journal of Engineering Science and Technology*, 2016, 11(10): 1360-1372.
- [7] TANG L, SHANGGUAN W B. An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies[J]. *Measurement*, 2011, 44(10): 1849-1859.
- [8] CHEN Y H, ZENG Y, LI H R, et al. Research on the measurement technology of rotational inertia of rigid body based on the principles of monocular vision and torsion pendulum[J]. *Sensors*, 2023, 23(10): 4787.
- [9] WANG J, ZHENG L, WANG Y X, et al. Analysis of air bearing torsion pendulum moment of inertia measurements including nonlinear oscillation and damping[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2023, 94(6): 065106.
- [10] 刘承骛, 温晶晶, 邓聃, 等. 基于质量线法的大尺寸飞行器质量特性参数一体化测量的仿真研究[J]. *西北工业大学学报*, 2017, 35(4): 568-577.
LIU CH W, WEN J J, DENG D, et al. The emulation study on the integration measurement of mass property of large-size flight vehicle based on mass line method[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2017, 35(4): 568-577.
- [11] 王超, 唐文彦, 张晓琳, 等. 大尺寸非回转体质量特性一体化测量系统的设计[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(7): 1634-1640.
WANG CH, TANG W Y, ZHANG X L, et al. Design of mass property integration measurement system for large size non-rotating bodies[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(7): 1634-1640.
- [12] 温晶晶, 邓聃, 汤海亮, 等. 动力总成惯性参数快速一体化测试系统研究[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(2): 351-360.
WEN J J, DENG D, TANG H L, et al. Research on fast integration system for measuring inertial parameters of powertrain[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(2): 351-360.
- [13] 谭文, 方森, 段峰, 等. 基于机器视觉的3D激光平面度测量系统的研究与应用[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(1): 241-249.
TAN W, FANG M, DUAN F, et al. Research and application of 3D laser flatness measurement system based on machine vision[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(1): 241-249.
- [14] 叶涛, 何威燃, 刘国鹏, 等. 基于卷积神经网络的线结构光高精度三维测量方法[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(2): 183-195.
YE T, HE W R, LIU G P, et al. High-precision 3D measurement method based on convolutional neural networks for line structured light[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(2): 183-195.
- [15] FU Y CH, FAN J F, JING F SH, et al. High dynamic range structured light 3-D measurement based on region adaptive fringe brightness[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, 71(7): 8080-8090.
- [16] ZHANG X, CHEN L, ZHANG F F, et al. Research on the accuracy and speed of three-dimensional reconstruction of liver surface based on binocular structured light[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 87592-87610.
- [17] 刘少丽, 黄嘉淳, 杜浩浩, 等. 基于双目结构光的三维立体电路板焊点定位[J]. *北京理工大学学报*, 2024, 44(6): 615-624.
LIU SH L, HUANG J CH, DU H H, et al. Binocular structured light-based localization for 3D stereoscopic circuit board solder joint[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2024, 44(6): 615-624.
- [18] 邢信慧, 魏妍婧, 胡灿昱, 等. 基于结构光双目视觉的腐蚀钢材表面三维重建[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2025, 55(2): 355-363.
XING J H, WEI Y J, HU C Y, et al. Three-dimensional reconstruction of corroded steel surface based on structured light binocular vision[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2025, 55(2): 355-363.
- [19] 张晓琳, 唐松, 王军, 等. 复杂形状物体转动惯量测量技术研究[J]. *航天制造技术*, 2011(1): 17-20.
ZHANG X L, TANG S, WANG J, et al. Research on

measuring technology of moment of inertia for objects with complex shape[J]. *Aerospace Manufacturing Technology*, 2011(1): 17-20.

作者简介



韩小林, 2020年于华北水利水电大学获得学士学位, 现为浙江理工大学硕士研究生, 主要研究方向为机器视觉测量技术。

E-mail: hanxiaolin2021@163.com

Han Xiaolin received his B.Sc. degree from North China University of Water Resources and Electric Power in 2020. He is currently a master's student at Zhejiang Sci-Tech University. His main research interest includes machine vision measurement technology.



张烈山(通信作者), 2010年于中国计量大学获得学士学位, 2012年和2017年于哈尔滨工业大学获得硕士和博士学位, 现任浙江理工大学副教授, 主要研究方向为机器人手眼协同、激光多普勒干涉测量技术。

E-mail: zhanglieshan@zstu.edu.cn

Zhang Lieshan (Corresponding author) received his B.Sc. degree from China Jiliang University in 2010, his M.Sc. and Ph.D. degrees both from Harbin Institute of Technology in 2012 and 2017, respectively. He is currently an associate professor in the School of Information Science and Technology at Zhejiang Sci-Tech University. His main research interests include robot hand-eye coordination, laser Doppler interferometry technology.