

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2614960

# 基于载荷驱动变形误差模型的牙体预备机器人 镜像迭代轨迹优化方法\*

孙健鹏<sup>1,2</sup>, 冯天一<sup>1,2</sup>, 姜金钢<sup>1,2</sup>, 郭敬辉<sup>1,2</sup>, 潘 洁<sup>3</sup>

(1. 哈尔滨理工大学先进制造智能化技术教育部重点实验室 哈尔滨 150080; 2. 哈尔滨理工大学  
机器人技术及工程应用研究中心 哈尔滨 150080; 3. 北京大学口腔医学院 北京 100081)

**摘 要:**随着人口老龄化与口腔健康意识提升,龋病和牙体缺损仍处于较高负担状态。牙体预备是修复治疗的关键环节,对几何精度与操作一致性要求严格。机器人辅助牙体预备可降低医师疲劳和手部抖动影响,提高操作稳定性与标准化水平。然而,悬臂式末端器械在预备载荷下易发生弹性变形,且误差随姿态和工况变化,仅依赖几何误差难以有效补偿。针对该问题,提出载荷驱动的悬臂式器械末端变形误差建模与镜像迭代轨迹优化方法。首先,基于悬臂梁理论建立末端悬臂系统变形误差模型,并引入有限元辅助的接口等效刚度识别方法,通过局部连接区加载响应辨识接口等效参数,提高模型预测精度。其次,提出载荷-变形敏感度驱动的镜像迭代前馈补偿方法,在迭代更新中引入敏感度因子,修正补偿量改变预备深度后引起的误差,并结合约束与收敛控制优化补偿轨迹。准静态单点加载实验表明,末端悬臂系统在 1.0~2.0 N 典型预备载荷范围内具有较好的线性力-位移响应特征,支持小变形线弹性与三向近似解耦假设。基于离体牙的消融实验表明,所提方法可将 MAE、RMSE 和 P95 分别降低至 0.044、0.058 和 0.087 mm,平均误差抑制率为 59.3%,验证了其误差抑制能力与轨迹优化稳定性。未来将结合在线力位感知与参数自适应更新策略进一步提升对个体牙齿差异、车针磨损及末端构型变化的适应能力。

**关键词:** 牙体预备机器人; 误差建模; 末端变形; 镜像迭代; 轨迹优化

**中图分类号:** TP242 TH789 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.5599

## Mirror-iterative trajectory optimization for tooth preparation robots based on a load-driven deformation error model

Sun Jianpeng<sup>1,2</sup>, Feng Tianyi<sup>1,2</sup>, Jiang Jingang<sup>1,2</sup>, Guo Jinghui<sup>1,2</sup>, Pan Jie<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Manufacturing and Intelligent Technology, Ministry of Education, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 2. Robotics & its Engineering Research Center, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 3. Peking University School of Stomatology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** With population aging and increasing awareness of oral health, dental caries and tooth defects remain conditions with a high clinical burden. Tooth preparation is a critical procedure in restorative dentistry and requires high geometric accuracy and operational consistency. Robot-assisted tooth preparation can reduce the influence of clinician fatigue and hand tremor, thereby improving procedural stability and standardization. However, cantilevered end-effector instruments are prone to elastic deformation under preparation loads, and the resulting errors vary with posture and working conditions. Therefore, compensation based solely on geometric errors is difficult to achieve effectively. To address this problem, this study proposes a load-driven deformation error modeling and mirror-iteration trajectory optimization method for cantilevered end-effector instruments. First, a deformation error model of the cantilevered end-effector system is established based on cantilever beam theory. A finite element-assisted equivalent interface stiffness identification method is then introduced, in which equivalent interface parameters are identified from the loading response of local connection regions to improve the

收稿日期: 2026-02-20 Received Date: 2026-02-20

\* 基金项目: 国家自然科学基金项目(52575015)、中国博士后基金(2025M781278)、黑龙江省博士后经费项目(LBH-Z25188)、黑龙江省省属本科高校优秀青年教师基础研究支持计划项目(YQJH2025078)、黑龙江省自然科学基金联合基金培育项目(PL2025E049)、“新时代龙江优秀硕士、博士学位论文”项目(LJYXL2024-037)资助

prediction accuracy of the model. Second, a load-deformation sensitivity-driven mirror-iteration feedforward compensation method is proposed. In the iterative update process, a sensitivity factor is introduced to correct the error induced by changes in preparation depth after compensation, and the compensated trajectory is optimized through constraint and convergence control. Quasi-static single-point loading experiments show that the cantilevered end-effector system exhibits good linear force-displacement response characteristics within the typical preparation load range of 1.0~2.0 N, supporting the assumptions of small-deformation linear elasticity and approximate three-directional decoupling. Ablation experiments on extracted teeth demonstrate that the proposed method reduces the MAE, RMSE, and P95 of the prepared surface to 0.044, 0.058, and 0.087 mm, respectively, with an average error suppression rate of 59.3%. These results verify the error suppression capability and trajectory optimization stability of the proposed method. Future work will integrate online force-position sensing and adaptive parameter updating strategies to further improve adaptability to individual tooth differences, bur wear, and variations in end-effector configuration.

**Keywords:** dental preparation robot; error modeling; end-effector deformation; mirror iteration; trajectory optimization

## 0 引 言

随着人口老龄化以及口腔健康意识的持续提升,口腔临床修复治疗需求持续增长;与此同时,口腔疾病影响范围广,全球口腔疾病负担仍处于高水平,受累人群规模接近世界人口的一半量级;龋病作为最常见的口腔问题之一,其患病与未治疗负担仍较突出<sup>[1]</sup>。牙体预备作为修复治疗的关键基础环节,其预备形貌与边缘质量直接影响修复体的固位、边缘密合性与长期预后。传统预备主要依赖医生手工操作,易受经验差异、操作疲劳、视野受限与微小手颤等因素影响,在复杂曲面与一致性要求场景下难以稳定获得可重复的高质量预备效果<sup>[2]</sup>。近年来,机器人辅助牙体预备凭借轨迹可重复、姿态稳定与过程可标准化等优势,被认为是提升修复治疗精度与效率的重要方法<sup>[3]</sup>。然而,牙科机器人末端悬臂式结构在预备受力载荷作用下易发生弹性变形,使实际预备轨迹偏离理论预备轨迹;该类由末端受力载荷驱动的末端变形误差具有位置相关、方向相关与过程相关特征,已成为制约机器人牙体预备精度进一步提升的核心瓶颈之一<sup>[4]</sup>。

围绕机器人加工/预备精度提升,国内外学者在多个方向开展研究,李茂月等<sup>[5-6]</sup>以“测量-预测-补偿”为主线梳理工业机器人精度提升路线,总结开环与闭环测量、模型与数据驱动预测、在线与离线补偿等通用框架。卢远等<sup>[7]</sup>针对外载诱发末端挠曲问题,采用六维力传感实现力前馈超前补偿,并叠加外部测量位置闭环抑制残差与漂移,从而提升加工精度。Slavkovic 等<sup>[8-9]</sup>基于切削力诱导位移误差机理,建立机器人柔顺模型并结合机械式切削力预测,对加工程序中的刀位轨迹进行离线反向修正。Oh 等<sup>[10]</sup>针对工业机器人铣削中切削力诱导的位姿误差,建立切削力预测、运动学与刚度耦合模型,并通过工件侧双轴伺服补偿提升机器人加工精度。Basualdo Allende 等<sup>[11]</sup>进一步从系统评价层面分析机器人辅助种植的精度与临床相关性,认为机器人系统通过虚拟规划、

机械约束执行与实时控制可提高植入精度。产业界方面,雅客智慧(北京)科技有限公司研发的自主式种植牙手术机器人通过结合自动数据采集、模拟校正及术中患者头部运动识别调整,实现按规划路径完成牙槽骨窝洞预备与种植体植入。本团队在牙体预备领域进行了许多研究,早期工作基于曲面映射与插值实现备牙轨迹规划并完成实验验证<sup>[12]</sup>;针对裂纹牙,提出 Iso-MRR (Iso-material removal rate) 分层轨迹优化,通过设定各层最大安全预备深度并调节进给速度以降低力热与颤振<sup>[13-14]</sup>。针对裂纹牙风险控制,结合形貌观测与有限元分析,利用应力强度因子评估裂纹尖端风险并优化预备深度与方向以降低裂纹扩展<sup>[15-16]</sup>。面向口内受限空间安全约束,提出蒙特卡洛约速轨迹优化 (Monte-Carlo constrained path optimization, MC CPO) 算法与外包络球-加权平均 (outer bounding sphere weighted average, OBS WA) 姿态优化方法,将碰撞率由 23.5% 降至 1.3%,进一步提升受限空间内末端可达性与预备精度<sup>[17-18]</sup>。上述工作在提升机器人加工稳定性与牙体预备一致性方面取得了重要进展,但面向牙体预备机器人受载变形误差补偿仍存在两点不足:1) 现有方法多采用整机刚度或末端整体柔顺模型,难以表征牙体预备末端“车针-牙科手机-连接件”细长悬臂、多段杆件串联和多接口柔度耦合的结构特征;2) 现有轨迹补偿多采用固定增益修正或依赖外部测量反馈,对补偿后预备力变化、边缘过切风险及区域安全裕度差异考虑不足,难以满足整牙连续预备的安全稳定补偿需求。

针对上述不足,本文提出一套面向牙体预备的载荷驱动变形误差建模与轨迹优化方法:1) 针对牙体预备末端“车针-牙科手机-连接件”所具有的细长悬臂和多接口柔度串联特征,建立预备载荷到车针尖端位姿偏差的映射关系,并通过关键接口的等效刚度对模型进行反馈;2) 提出载荷-变形敏感度驱动的镜像迭代轨迹优化方法。引入载荷-变形敏感度用于修正补偿量改变预备深度后引起的新增误差影响,使轨迹补偿过程适应不同牙体区域,实现整牙连续轨迹的稳定前馈优化。

## 1 载荷驱动末端变形误差建模方法

针对牙体预备机器人末端悬臂系统在预备载荷作用下产生的弹性变形问题,系统构建末端变形的理论建模与预测方法。对末端“车针-牙科手机-连接件”结构的受力特征与变形模式进行分析,提出将其等效为由多段杆件与若干柔性接口串联构成的空间悬臂体系,并基于悬臂梁理论,建立单点外载荷作用下各段杆件的初始变形解析模型<sup>[19]</sup>。在此基础上,针对解析模型中难以通过理论推导直接确定的接口等效刚度参数,引入有限元分析方法对末端悬臂系统进行数值建模与参数反标定<sup>[20]</sup>。

### 1.1 末端悬臂系统变形机理与力分解

将末端悬臂系统“车针-牙科手机-连接件”根据实际构型划分为五段杆件:车针段  $AB$ 、手机近端段  $BC$ 、手机远端段  $CD$ 、连接件段  $DE$  以及末端固定段  $EO$ ,如图1所示。车针与牙科手机连接处的  $B$  点,以及牙科手机与连接件连接处的  $E$  点,被视为结构中最关键的柔性接口,其局部夹持、接触与安装方式会带来可观的等效柔度,因此采用等效线性弹簧和等效转动弹簧进行描述。

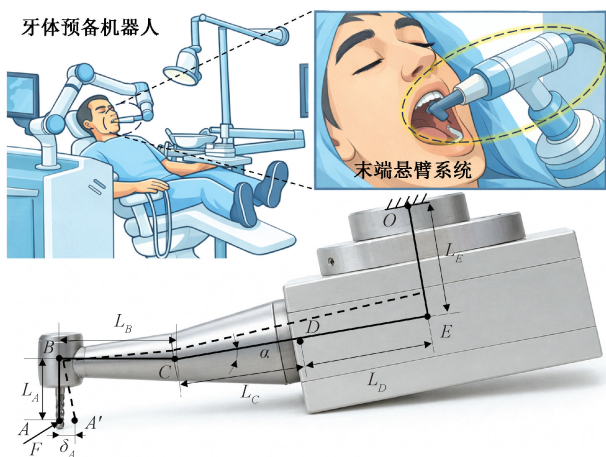


图1 牙体预备机器人变形挠度分析

Fig. 1 Diagram of deformation deflection analysis for dental preparation robot

车针对牙体产生的预备力通常是空间向量,为便于定量分析,可将作用于  $A$  点的力分解为全局坐标系下的3个正交分力:

$$\mathbf{F} = [F_x, F_y, F_z]^T \quad (1)$$

在小变形与线弹性预备中,可对3个方向分别建立变形传递模型,再在末端将其进行矢量叠加得到空间总位移。因此,车针尖端  $A$  处的总变形以  $x$  方向为例的表达式为:

$$\delta_x = \delta_{Ax} + \delta_{LBx} + \delta_{LEx} + \delta_{RBx} + \delta_{REx} \quad (2)$$

式中:  $\delta_{Ax}$  为  $x$  方向车针尖端  $A$  处刚体变形挠度;  $\delta_{LBx}$  为  $x$  方向车针-牙科手机连接处线性弹簧产生的变形;  $\delta_{RBx}$  为  $x$  方向车针-牙科手机连接处旋转弹簧产生的变形;  $\delta_{LEx}$  为  $x$  方向牙科手机-连接件连接处线性弹簧产生的变形;  $\delta_{REx}$  为  $x$  方向牙科手机-连接件连接处旋转弹簧产生的变形。3个方向独立求解并最终叠加后,得到车针在空间中的总变形量:

$$\delta_A(F_x, F_y, F_z) = \delta_x \hat{i} + \delta_y \hat{j} + \delta_z \hat{k} \quad (3)$$

式中:  $\delta_x$  为  $x$  方向系统变形;  $\delta_y$  为  $y$  方向系统变形;  $\delta_z$  为  $z$  方向系统变形。

### 1.2 基于悬臂梁理论的初始变形预测模型

将末端悬臂系统类比于悬臂梁,在小变形情形下,根据车针尖端  $A$  处载荷的作用情况,按顺序逐步将各段悬伸部分假设为刚体,通过悬臂梁的变形求解公式,计算出未刚化部分的变形,最后通过刚化部分的刚性位移与未刚化部分的弹性位移之间的关系,即可计算出预备力作用在车针尖端  $A$  处的变形。

$EO$  段在分力作用下产生的弹性位移:

$$\begin{cases} \delta_{Ex} = \frac{F_x L_{EO}^3 \cos^2 \alpha}{3E_{EO} I_{EO}} \\ \theta_{Ex} = \frac{F_x L_{EO}^2 \cos \alpha}{2E_{EO} I_{EO}} \end{cases} \quad (4)$$

$DE$  段在分力作用下产生的弹性位移以及考虑  $EO$  段变形的传递,  $D$  点处弹性位移:

$$\begin{cases} \delta_{Dx}^{bend} = \frac{F_x L_{DE}^3 \cos^2 \alpha}{3E_{DE} I_{DE}} \\ \theta_{Dx}^{bend} = \frac{F_x L_{DE}^2 \cos \alpha}{2E_{DE} I_{DE}} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \delta_{Dx} = \delta_{Ex} + \theta_{Ex} \cdot L_{DE} \cos \alpha + \delta_{Dx}^{bend} \\ \theta_{Dx} = \theta_{Ex} + \theta_{Dx}^{bend} \end{cases} \quad (6)$$

$CD$  段在分力作用下产生的弹性位移以及考虑  $D-O$  段变形的传递,  $C$  点处弹性位移:

$$\begin{cases} \delta_{Cx}^{bend} = \frac{F_x L_{CD}^3 \cos^2 \alpha}{3E_{CD} I_{CD}} \\ \theta_{Cx}^{bend} = \frac{F_x L_{CD}^2 \cos \alpha}{2E_{CD} I_{CD}} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \delta_{Cx} = \delta_{Dx} + \theta_{Dx} \cdot L_{CD} \cos \alpha + \delta_{Cx}^{bend} \\ \theta_{Cx} = \theta_{Dx} + \theta_{Cx}^{bend} \end{cases} \quad (8)$$

$BC$  段在分力作用下产生的弹性位移以及考虑  $C-O$  段变形的传递,  $B$  点处弹性位移:

$$\begin{cases} \delta_{Bx}^{bend} = \frac{F_x L_{BC}^3}{3E_{BC} I_{BC}} \\ \theta_{Bx}^{bend} = \frac{F_x L_{BC}^2}{2E_{BC} I_{BC}} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \delta_{Bx} = \delta_{Cx} + \theta_{Cx} \cdot L_{BC} + \delta_{BCx}^{bend} \\ \theta_{Bx} = \theta_{Cx} + \theta_{BCx}^{bend} \end{cases} \quad (10)$$

AB段在分力作用下产生的弹性位移以及考虑B-O段变形的传递,A点处弹性位移:

$$\begin{cases} \delta_{ABx}^{bend} = \frac{F_x L_{AB}^3}{3E_{AB} I_{AB}} \\ \theta_{ABx}^{bend} = \frac{F_x L_{AB}^2}{2E_{AB} I_{AB}} \end{cases} \quad (11)$$

$$\delta_{Ax} = \delta_{Bx} + \theta_{Bx} \cdot L_{AB} + \delta_{ABx}^{bend} \quad (12)$$

式中:  $L_{ij}$  为该段长度;  $E_{ij}$  为该段刚度;  $I_{ij}$  为该段惯性矩。

将连接处B点以及E点采用线性和旋转弹簧建模。用力/刚度关系法<sup>[21]</sup>求出线性弹簧引起的变形:

$$\begin{cases} \delta_{LEx} = \frac{F_x}{K_{LEx} \cos \alpha} \\ \delta_{LBx} = \frac{F_x}{K_{LBx}} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $K_{LEx}$  和  $K_{LBx}$  分别是车针-牙科手机和牙科手机-连接件  $x$  方向线性连接刚度。旋转弹簧引起的变形为:

$$\begin{cases} \theta_{REx} = \frac{M_{Ex}}{K_{REx}} = \frac{F_x \cdot L_{AE}}{K_{REx} \cos \alpha} \\ \theta_{RBx} = \frac{M_{Bx}}{K_{RBx}} = \frac{F_x \cdot L_{AB}}{K_{RBx}} \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $K_{REx}$  和  $K_{RBx}$  分别是车针-牙科手机和牙科手机-连接件  $x$  方向旋转连接刚度。最终得到车针尖端A点在分力  $F_x$  作用下产生的变形,力-位移关系可简化为:

$$\delta_x = \frac{F_x}{K_{eqx}} \quad (15)$$

式中:  $K_{eqx}$  为末端悬臂系统  $x$  方向等效刚度。同理,根据  $x$  方向建模方法得到车针尖端A点在分力  $F_y$ 、 $F_z$  作用下产生的变形  $\delta_y$  与  $\delta_z$ 。

### 1.3 有限元辅助的接口等效刚度识别方法

为验证末端悬臂系统变形传递模型的合理性,对模型中关键等效刚度参数进行反标定<sup>[22]</sup>,基于ANSYS Workbench平台对末端悬臂系统开展有限元分析,为接口柔度参数的定量识别提供依据。有限元网格划分节点共568144个,单元共374562个。

结合牙体预备过程中车针所受预备力的量级特征,选取1、1.5和2N作为典型载荷幅值<sup>[23-25]</sup>,分别沿车针局部坐标系的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向采用单一方向加载方式施加于车针尖端A点,同时记录A、B、C、D、E这5点的3个正交方向上的位移分量与转角响应。在线性连接刚度反标定中,于接口另一侧施加已知方向的单位力  $F_L$ ,提取接口两侧对应截面的平均平移位移差  $\Delta u$ ,从而计算接口等效线性连接刚度:

$$K_L = \frac{F_L}{\Delta u} \quad (16)$$

在旋转连接刚度反标定中,于接口另一侧施加已知方向的单位力矩  $M_R$ ,并通过与接口截面刚性耦合的参考点提取其等效转角响应,得到接口两侧的相对转角  $\Delta \theta$ ,从而计算接口等效旋转连接刚度:

$$K_R = \frac{M_R}{\Delta \theta} \quad (17)$$

## 2 载荷-变形敏感度驱动的牙体预备机器人镜像迭代轨迹优化方法

在末端悬臂系统变形误差模型基础上,建立载荷-变形敏感度驱动的镜像迭代轨迹优化方法。根据术前牙体点云生成理论预备轨迹,建立等效预备力序列,通过载荷-变形敏感度修正补偿量对预备力和新增变形的影响,并结合载荷阈值约束对补偿量进行安全限幅,最终输出整牙补偿轨迹,整体方法如图2所示。

### 2.1 理论预备轨迹生成与等效预备力计算

设牙体表面点云为  $P$ ,采用相应的行内蛇形连接策略生成理论轨迹<sup>[26]</sup>,即:

$$T_0 = \{t_i^0 = [x_i^0, y_i^0, z_i^0]^T\}_{i=1}^N \quad (18)$$

式中:  $t_i^0$  为单个轨迹点坐标。令轨迹点处的局部预备方向由理论轨迹点及牙体表面法向确定。第  $i$  个轨迹点处的单位进给方向为  $\mathbf{n}_i$ 。对于末端轨迹点,可采用前一轨迹段方向近似,则沿主导方向的等效预备深度分解为:

$$\mathbf{h}_i = [h_{x,i} \ h_{y,i} \ h_{z,i}]^T = \hat{\mathbf{h}}_i \mathbf{n}_i \quad (19)$$

式中:  $h_{x,i}$ 、 $h_{y,i}$ 、 $h_{z,i}$  分别为三向等效预备深度。

牙体预备过程中,车针磨削力不仅与预备深度有关,还受到车针转速、进给速度和接触长度等因素影响。为更准确地描述沿轨迹变化的预备力,借助团队由160组青年离体磨牙测得的实验数据拟合的指数型磨削力经验模型<sup>[16]</sup>,即:

$$F_i = \eta n_s^a v_w^b h_{x,i}^c h_{y,i}^d h_{z,i}^e \quad (20)$$

式中:  $F_i$  为磨削力;  $\eta$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  为经验系数;  $n_s$  为车针转速;  $v_w$  为进给速度。最终拟合后得到第  $i$  个轨迹点处的三向等效预备力为:

$$\begin{cases} F_{x,i} = 0.016 \ 5 n_s^{0.905 \ 1} v_w^{0.154 \ 1} h_{x,i}^{0.152 \ 2} h_{y,i}^{0.143 \ 8} h_{z,i}^{1.246 \ 1} \\ F_{y,i} = 0.026 \ 4 n_s^{1.090 \ 5} v_w^{0.077 \ 5} h_{x,i}^{0.645 \ 1} h_{y,i}^{0.156 \ 3} h_{z,i}^{0.918 \ 4} \\ F_{z,i} = 0.399 \ 1 n_s^{0.201 \ 5} v_w^{-0.086 \ 7} h_{x,i}^{0.661 \ 5} h_{y,i}^{0.692 \ 5} h_{z,i}^{-0.080 \ 2} \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $F_{x,i}$ 、 $F_{y,i}$ 、 $F_{z,i}$  分别为第  $i$  个轨迹点处的三方向分力。修正系数用于补偿车针型号、手机参数和牙体个体差异对预备力估计结果的影响。最终得到沿理论轨迹分布的等效预备力序列:  $\mathbf{F} = \{\mathbf{F}_i\}$ 。

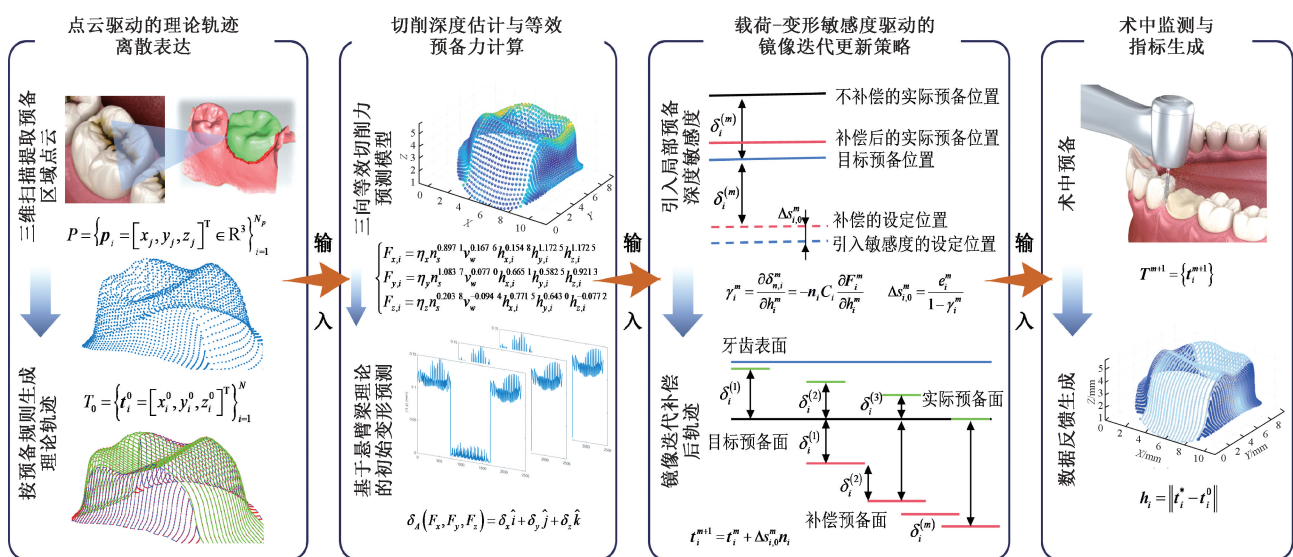


图2 载荷-变形敏感度驱动的镜像迭代前馈补偿流程

Fig. 2 Load-deformation sensitivity-driven mirror iterative feedforward compensation process

## 2.2 载荷-变形敏感度驱动的镜像迭代更新策略

在得到沿理论轨迹分布的等效预备力序列后,将其输入末端悬臂系统变形误差模型,可预测各轨迹点处由预备载荷引起的末端受载变形。普通镜像迭代补偿通常依据预测残余误差直接反向修正指令轨迹。然而,牙体预备过程中补偿量的增加会改变局部实际指令预备深度,进而引起等效预备力和末端变形量再次变化。为此,引入载荷-变形敏感度,用于描述局部预备深度变化对末端法向变形量的影响,并在此基础上构建敏感度修正的镜像迭代更新策略。

设第  $m$  次迭代的指令轨迹为  $\mathbf{T}^m = \{\mathbf{t}_i^m\}$ 。在外载作用下,执行后的实际末端位置可近似为:

$$\hat{\mathbf{t}}_i^m = \mathbf{t}_i^m + \boldsymbol{\delta}_i^m \quad (22)$$

式中:  $\boldsymbol{\delta}_i^m$  为第  $i$  点的变形量。为了使实际预备形貌逼近目标预备形貌,定义预测残余误差向量为:

$$\mathbf{r}_i^m = \mathbf{t}_i^* - \hat{\mathbf{t}}_i^m \quad (23)$$

由于牙体预备最终关注的是目标预备形貌的法向轮廓偏差,因此将残余误差投影到局部预备主方向上,得到第  $i$  个轨迹点处的误差:

$$e_i^m = \mathbf{n}_i^T \mathbf{r}_i^m = \mathbf{n}_i^T (\mathbf{t}_i^* - \hat{\mathbf{t}}_i^m) \quad (24)$$

然而,牙体预备属于不可逆材料去除过程,为避免采用固定镜像增益导致的迭代次数多与不准确的问题,本文引入局部预备深度对末端变形的敏感度:

$$\gamma_i^m = \frac{\partial \delta_{n,i}^m}{\partial \mathbf{h}_i^m} = -\mathbf{n}_i \mathbf{C}_i \frac{\partial \mathbf{F}_i^m}{\partial \mathbf{h}_i^m} \quad (25)$$

式中:  $\mathbf{C}_i$  为该轨迹点对应末端悬臂系统的等效柔度矩阵,因此,第  $i$  个轨迹点处的镜像补偿增量可写为:

$$\Delta s_{i,0}^m = \frac{e_i^m}{1 - \gamma_i^m} \quad (26)$$

由此,第  $m+1$  次迭代的轨迹更新可写为:

$$\mathbf{t}_i^{m+1} = \mathbf{t}_i^m + \Delta s_{i,0}^m \mathbf{n}_i \quad (27)$$

则整条更新轨迹为  $\mathbf{T}^{m+1} = \{\mathbf{t}_i^{m+1}\}$ 。

## 2.3 补偿约束与收敛控制

设第  $i$  个轨迹点处允许的最大向内补偿量为  $\Delta s_i^+$ ,允许的最大向外修正量为  $\Delta s_i^-$ 。其中,  $\Delta s_i^+$  主要由最大允许预备深度、预测载荷阈值、边缘线距离以及局部曲率风险共同确定;  $\Delta s_i^-$  主要由最小允许预备深度和避免欠预备的安全要求确定。则经过安全约束后的实际补偿量为:

$$\Delta s_i^m = \min[\max(\Delta s_{i,0}^m, -\Delta s_i^-), \Delta s_i^+] \quad (28)$$

为判断迭代过程是否收敛,定义第  $m$  次迭代下整条轨迹的最大残余误差与最大轨迹更新量:

$$\begin{cases} E^m = \max_{1 \leq i \leq N} \|e_i^m\| \\ U^m = \max_{1 \leq i \leq N} \|\mathbf{t}_i^{m+1} - \mathbf{t}_i^m\| \end{cases} \quad (29)$$

当二者同时满足阈值要求时停止迭代,输出满足停止条件的补偿轨迹:  $\mathbf{T}^* = \mathbf{T}^{m+1}$ 。

## 3 实验验证

### 3.1 实验平台与总体设计

实验平台由 UR5e 机械臂、六维力传感器、牙科手机、车针、末端连接件、离体牙固定装置、光学定位系统及三维扫描设备组成。牙科手机、车针及连接件组成悬臂式末端执行链。离体牙采用石膏固定于基座中,离体牙牙体预备实验平台如图3所示。

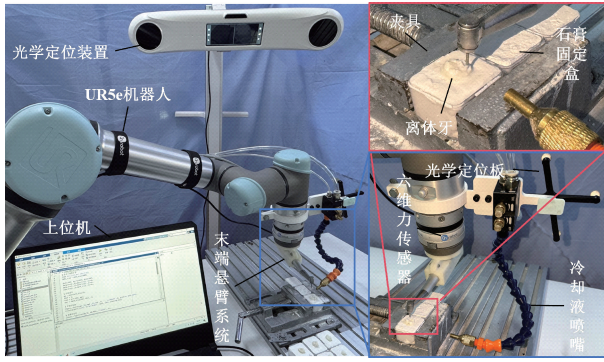


图3 离体牙牙体预备实验平台

Fig. 3 Experimental platform for in vitro tooth preparation

### 1) 末端悬臂系统准静态单点加载实验

采用牙科手机不启动条件下的准静态等效加载方式,验证末端悬臂系统在典型预备力范围内的力-位移响应特性。分别沿车针局部坐标系  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向对车针尖端  $A$  点分别施加单向载荷为 1.0、1.5 和 2.0 N 的典型预备载荷点。每个方向、每个载荷幅值重复加载 5 次,每次加载稳定后保持 15 s,取稳定阶段数据均值作为该次加载位移结果。加载过程中,同步采集六维力传感器数据、末端整体位姿数据及车针近尖端位移响应。考虑到轴向  $z$  方向理论位移量级显著低于光学定位系统有效分辨能力,本文主要将横向  $x$ 、 $y$  加载结果用于理论模型、有限元模型与实验结果的定量对比。为量化三向近似解耦假设的合理性,定义单向加载下  $A$  点的跨轴耦合系数为:

$$\lambda_{a \rightarrow b} = \frac{|u_b|}{|u_a|} \times 100\% \quad (30)$$

式中:  $u_a$  为主加载方向位移;  $u_b$  为非主方向位移。

### 2) 离体牙模块消融实验

为进一步验证本文方法在真实牙体预备过程中的有效性,本文选取 20 颗离体磨牙开展模块消融实验。随机分为 5 组,并采用相同的实验条件。5 组实验设置如表 1 所示。

表1 离体牙模块消融实验分组

Table 1 Grouping of ex vivo tooth ablation experiments

| 组别             | 轨迹生成方式      | 实验目的        |
|----------------|-------------|-------------|
| G <sub>0</sub> | 采用未补偿理论轨迹   | 验证等效预备力修正系数 |
| G <sub>1</sub> | 整体等效刚度模型补偿  | 验证悬臂梁模型贡献   |
| G <sub>2</sub> | 不考虑接口柔度进行补偿 | 验证接口柔度贡献    |
| G <sub>3</sub> | 仅作一次前馈补偿    | 验证镜像迭代贡献    |
| G <sub>4</sub> | 本文完整方法      | 验证本文方法      |

## 3.2 预备误差测量与评价

每颗离体牙预备完成后进行术后三维扫描,获得术后点云模型<sup>[27]</sup>。对于目标预备表面上的第  $i$  个采样点,其法向误差定义为:

$$e_i = (\mathbf{p}_i^{\text{post}} - \mathbf{p}_i^{\text{tar}}) \cdot \mathbf{n}_i \quad (31)$$

式中:  $\mathbf{p}_i^{\text{post}}$  为术后扫描模型中对应点坐标;  $\mathbf{p}_i^{\text{tar}}$  为目标预备表面点坐标;  $e_i < 0$  表示欠预备,  $e_i > 0$  表示过预备。为评价不同策略的预备精度,采用平均绝对误差 (mean absolute error, MAE)、均方根误差 (root mean square error, RMSE) 和 95 百分位误差 (95th percentile error, P95) 作为主要指标:

为量化不同补偿方法相对于未补偿基线组的误差抑制能力,定义平均误差抑制率和峰值误差抑制率为:

$$\eta_{\text{mean}} = \left| \frac{\bar{E}_{G_0} - \bar{E}_{G_i}}{\bar{E}_{G_0}} \right| \times 100\% \quad (32)$$

$$\eta_{\text{peak}} = \left| \frac{E_{\text{max}, G_0} - E_{\text{max}, G_i}}{E_{\text{max}, G_0}} \right| \times 100\% \quad (33)$$

式中:  $G_i$  分别代表  $G_1 \sim G_4$  组;  $\bar{E}_{G_0}$  为未补偿基线组的平均误差;  $\bar{E}_{G_i}$  为对应补偿组的平均误差;  $E_{\text{max}, G_0}$  和  $E_{\text{max}, G_i}$  分别为  $G_0$  组和对应补偿组的最大误差。

## 3.3 敏感度驱动的镜像迭代收敛性评价

为验证敏感度驱动的镜像迭代轨迹优化方法的收敛稳定性,在  $G_4$  组中记录每轮迭代后的最大残余误差、平均残余误差、最大轨迹更新量及触发安全约束的轨迹点比例。第  $m$  轮迭代的最大轨迹更新量与触发安全约束的轨迹点比例定义为:

$$\begin{cases} \Delta P_{\text{max}}^{(m)} = \max_i \|\mathbf{P}_i^{(m+1)} - \mathbf{P}_i^{(m)}\| \\ R_{\text{limit}}^{(m)} = \frac{N_{\text{limit}}^{(m)}}{N} \times 100\% \end{cases} \quad (34)$$

式中:  $\mathbf{P}_i^{(m)}$  为第  $m$  轮迭代时第  $i$  个轨迹点的指令位置;  $N_{\text{limit}}^{(m)}$  为第  $m$  轮迭代中触发补偿限幅约束的轨迹点数量;  $N$  为轨迹点总数。停止条件可表示为:  $E_{\text{max}}^{(k)} < \varepsilon_e$ ,  $\Delta P_{\text{max}}^{(k)} < \varepsilon_p$ , 显著性水平设定为  $p < 0.05$ , 最终离体牙预备效果如图 4 所示。

## 4 结果与讨论

### 4.1 接口等效参数识别结果与分析

为提高末端悬臂系统变形预测的物理可解释性与数值一致性,本文对车针-牙科手机连接处  $B$  点及牙科手机-连接件连接处  $E$  点进行局部有限元加载反标定,有限元仿真结果如图 5 所示。

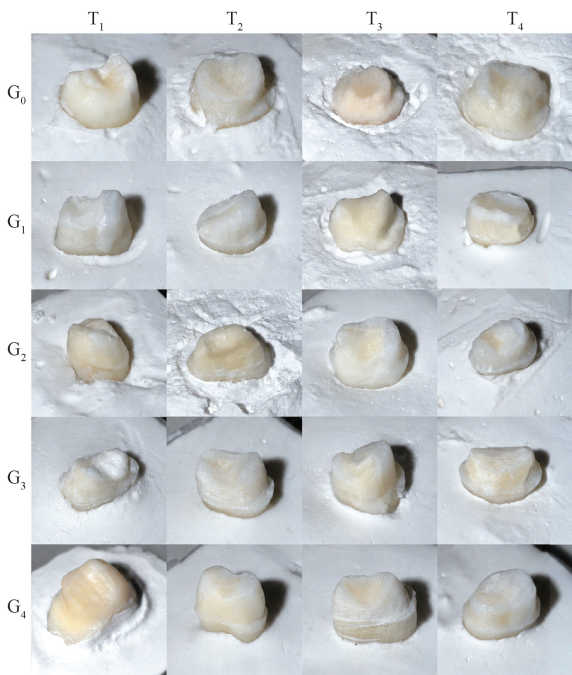


图 4 5 组离体牙预备效果

Fig. 4 Results of tooth preparation in five groups of ex vivo teeth

得到三向线性连接刚度  $K_L$  与转动连接刚度  $K_R$ , 如表 2 所示。

表 2 接口参数有限元反标定结果

Table 2 Interface parameter finite element calibration result

| 参数        | 线性连接刚度                  | 旋转连接刚度                            |
|-----------|-------------------------|-----------------------------------|
|           | $K_L/(N \cdot mm^{-1})$ | $K_R/(N \cdot mm \cdot rad^{-1})$ |
| $K_{LEx}$ | 11 680. 73              | 9 058. 68                         |
| $K_{LEy}$ | 5 797. 77               | 885. 70                           |
| $K_{LEz}$ | 6 164. 05               | 3 794. 52                         |
| $K_{LBx}$ | 958. 69                 | 376. 80                           |
| $K_{LBy}$ | 1 327. 85               | 389. 93                           |

结果显示,  $E$  点接口在  $x$  方向线性刚度显著高于  $B$  点  $x$  向,说明在末端位移形成链路中,  $B$  点车针装夹可能成为柔度主导环节,其微小转动与滑移将通过悬臂梁传递至  $A$  点末端。转动刚度方面,  $E$  点接口在  $x$  方向转动刚度依旧高于  $B$  点  $x$  向,进一步表明夹持界面在抗弯抗扭上的薄弱性需要在模型中被考虑。

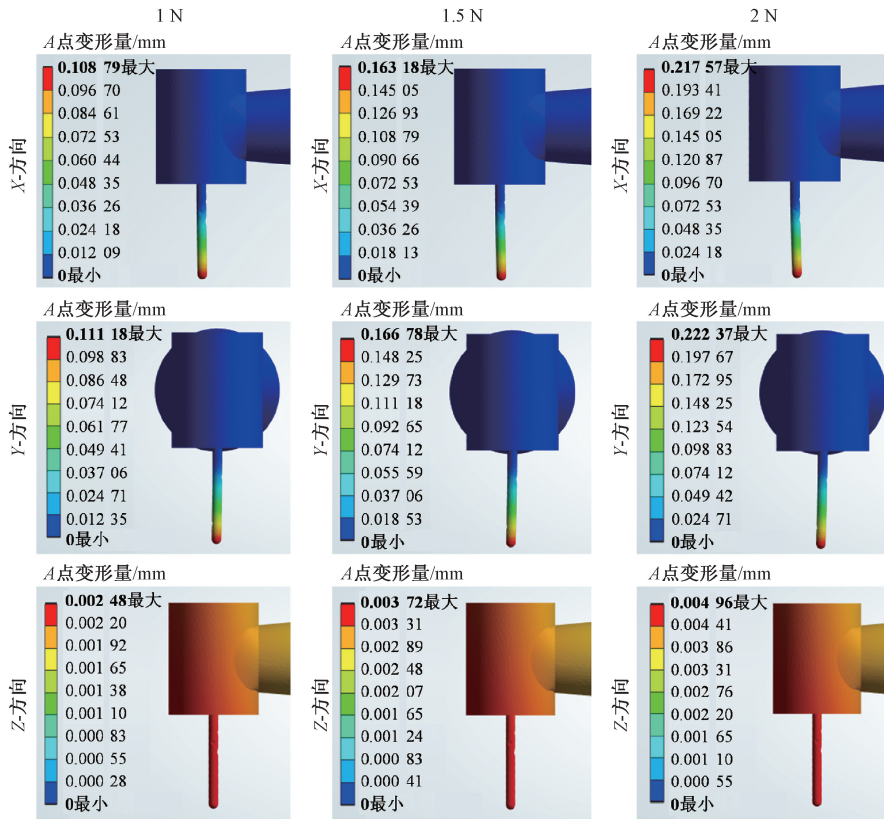


图 5 有限元仿真结果

Fig. 5 Finite element simulation results

4.2 典型载荷下末端位移响应与三向解耦特性验证

为验证末端变形预测模型中小变形线弹性假设与三向近似解耦假设的合理性,本节基于有限元单点加载结

果和末端悬臂系统准静态单点加载实验,有限元与实验结果如图6与7所示。

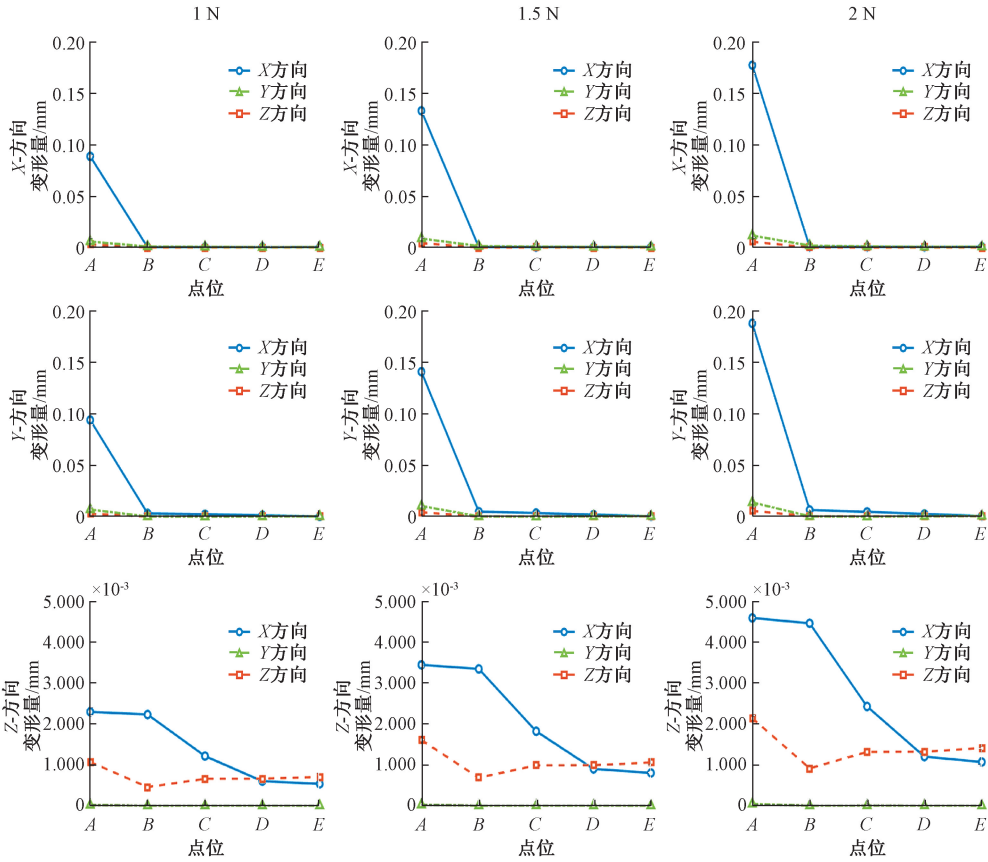


图6 A-E点绝对位移分布及跨轴耦合特性

Fig. 6 Distribution of absolute displacement at points A-E and trans-axial coupling characteristics

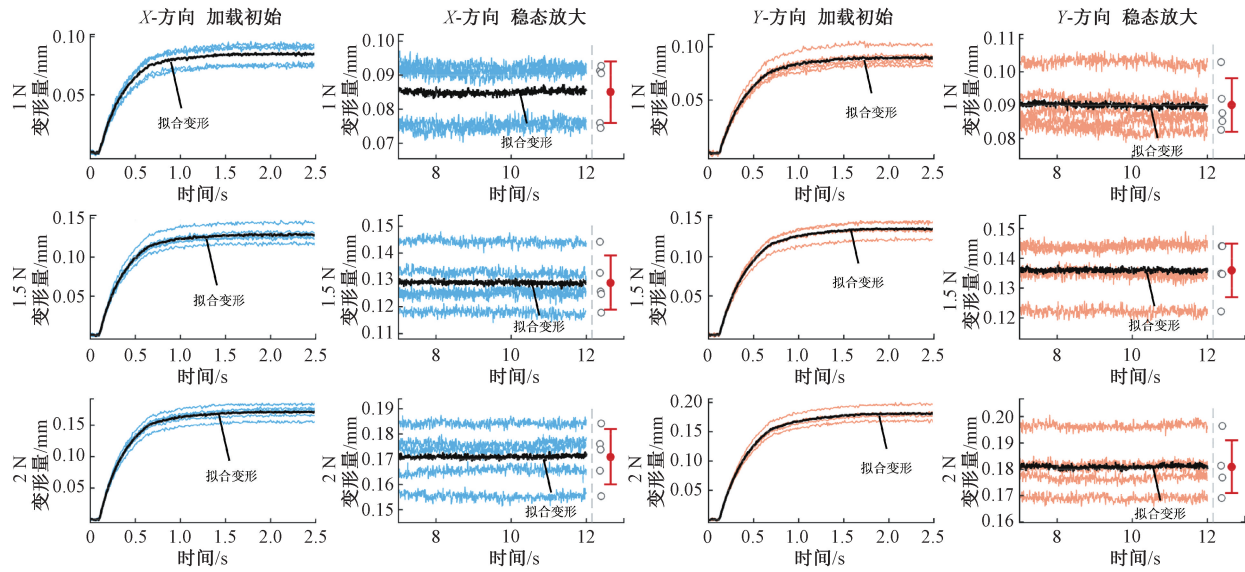


图7 光学定位原始响应及稳态统计结果

Fig. 7 Raw response and steady-state statistical results of optical positioning

采用双刚体相对位移差分结合稳态平均的方式<sup>[28]</sup>,通过多次重复加载降低随机噪声和整体漂移影响。典型载荷下理论模型、有限元模型与准静态实验结果的对比如表 3 所示。

表 3 典型载荷下主方向位移与跨轴耦合特性对比

| Table 3 Comparison of displacement in the principal direction and trans-axial coupling characteristics under typical loads |      |            |             |             |                |                                                                                          |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------|-------------|-------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 加载方向                                                                                                                       | 载荷/N | 理论主方向位移/mm | 有限元主方向位移/mm | 实验主方向位移/mm  | 误差/%<br>理论/有限元 | 有限元跨轴耦合比/%                                                                               | 实验跨轴耦合比/%                                                                             |
| x                                                                                                                          | 1.0  | 0.091      | 0.089       | 0.085±0.009 | 7.1/4.7        | $\lambda_{x \rightarrow y} \approx 3.19\%$<br>$\lambda_{x \rightarrow z} \approx 6.55\%$ | $\lambda_{x \rightarrow y} \approx 3.53\%$ $\lambda_{x \rightarrow z} \approx 7.06\%$ |
|                                                                                                                            | 1.5  | 0.137      | 0.133       | 0.129±0.010 | 6.2/3.1        |                                                                                          | $\lambda_{x \rightarrow y} \approx 3.10\%$ $\lambda_{x \rightarrow z} \approx 6.20\%$ |
|                                                                                                                            | 2.0  | 0.183      | 0.177       | 0.171±0.011 | 7.0/3.7        |                                                                                          | $\lambda_{x \rightarrow y} \approx 3.51\%$ $\lambda_{x \rightarrow z} \approx 6.43\%$ |
| y                                                                                                                          | 1.0  | 0.096      | 0.094       | 0.090±0.008 | 6.7/4.4        | $\lambda_{y \rightarrow x} \approx 3.02\%$<br>$\lambda_{y \rightarrow z} \approx 7.37\%$ | $\lambda_{y \rightarrow x} \approx 3.33\%$ $\lambda_{y \rightarrow z} \approx 7.78\%$ |
|                                                                                                                            | 1.5  | 0.145      | 0.141       | 0.136±0.009 | 6.6/3.7        |                                                                                          | $\lambda_{y \rightarrow x} \approx 2.94\%$ $\lambda_{y \rightarrow z} \approx 7.35\%$ |
|                                                                                                                            | 2.0  | 0.193      | 0.188       | 0.181±0.010 | 6.6/3.9        |                                                                                          | $\lambda_{y \rightarrow x} \approx 2.76\%$ $\lambda_{y \rightarrow z} \approx 7.18\%$ |
| z                                                                                                                          | 1.0  | 0.002 4    | 0.002 3     | —           | —              | —                                                                                        | —                                                                                     |
|                                                                                                                            | 2.0  | 0.004 8    | 0.004 6     | —           | —              | —                                                                                        | —                                                                                     |

在  $x,y$  两个横向加载方向上,实验测得的 A 点主方向位移随载荷增加近似线性增大,且与理论模型和有限元模型预测结果保持一致。且在  $x,y$  主导的横向载荷范围内,A 点响应呈现主方向占绝对主导、耦合项对总位移贡献极小的特征,支持本文建模中将柔度矩阵近似为对角阵的处理方式。进一步对载荷位移数据进行线性拟合,得到各方向等效刚度结果如表 4 所示。

表 4 典型载荷下位移拟合刚度对比

| Table 4 Comparison of stiffness fitted from displacement under typical loads |                                |                                 |                                  |       |           |
|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|-------|-----------|
| 加载方向                                                                         | 理论刚度/<br>(N·mm <sup>-1</sup> ) | 有限元刚度/<br>(N·mm <sup>-1</sup> ) | 实验拟合刚度/<br>(N·mm <sup>-1</sup> ) | $R^2$ | 最大拟合残差/mm |
| x                                                                            | 10.93                          | 11.28                           | 11.71                            | 0.997 | 0.006     |
| y                                                                            | 10.38                          | 10.64                           | 11.05                            | 0.996 | 0.007     |
| z                                                                            | 420.00                         | 435.90                          | —                                | —     | —         |

实验拟合刚度与有限元刚度偏差均处于较小范围内,且线性拟合优度  $R^2$  均大于 0.99,说明末端悬臂系统在 1.0~2.0 N 典型预备载荷范围内表现出较好的线性力位移响应特征。

4.3 等效预备力修正系数适用性验证

为验证等效修正系数  $\eta$  在本文实验条件下的适用性,以各轨迹点理论预备深度、转速及进给速度计算力基函数,并结合  $G_0$  组实测预备力反算各方向的样本等效修正系数。最终得到结果如表 5 所示。

由表 5 可知,3 个方向反算  $\eta$  与参考  $\eta$  的相对偏差分别为 3.43%、-3.11%和-1.88%,均处于较低水平;同时,

表 5 等效预备力经验系数适用性验证结果

| Table 5 Applicability validation results of equivalent preparation force empirical coefficients |         |                 |        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------|--------|
| 方向                                                                                              | 参考经验系数  | $G_0$ 组反算结果     | 相对偏差/% |
| x                                                                                               | 0.016 5 | 0.017 1±0.002 0 | 3.43   |
| y                                                                                               | 0.026 4 | 0.026 0±0.002 7 | -3.11  |
| z                                                                                               | 0.399 1 | 0.400 2±0.044 5 | -1.88  |

各方向样本变异系数未出现明显离散增大的情况,说明前期研究获得的  $\eta$  能够较好表征本文实验条件下理论预备力与实测预备力之间的比例关系。因此沿用该经验修正系数。

4.4 模块消融实验结果与轨迹补偿性能分析

1) 消融结果分析与显著性检验

为验证各模块对预备误差抑制效果的贡献,各组轨迹点预测误差与实际误差对比如图 8 所示。

20 颗离体牙的点位误差沿蛇形轨迹均呈现“前后段较高、中间段较低”的分布特征。原因在于轨迹前段和后段主要受到横向分力作用,末端悬臂系统以弯曲变形为主,因而误差较大,中间区域主要受到轴向分力作用,而末端系统轴向刚度较高,因此误差较小。 $G_0$  组由于用于未补偿基线及预备力修正系数拟合,未计算预测误差曲线。 $G_1 \sim G_4$  组中,实际误差则随补偿模块逐步完善而降低,其中  $G_4$  组实际误差最低,说明完整方法具有最优的轨迹误差抑制效果。为定量评价不同补偿策略的效果,计算 MAE、RMSE、P95 及相对于  $G_0$  组的误差抑制率,结果如表 6 所示。

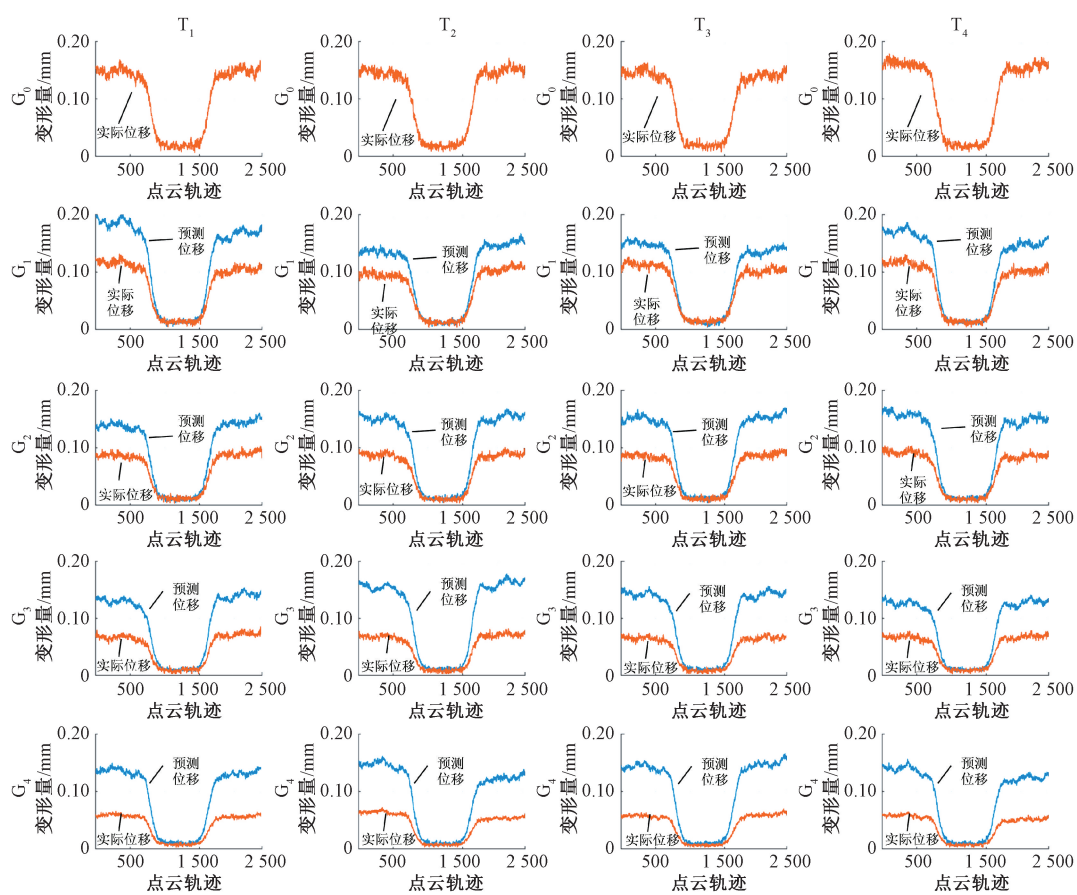


图 8 预测误差与实际误差对比

Fig. 8 Comparison of predicted errors and actual errors

表 6 模块消融实验误差评价结果

Table 6 Error evaluation results of module ablation experiments

| 组别             | 补偿策略       | MAE/mm      | RMSE/mm     | P95/mm      | 最大误差/mm     | 平均误差抑制率/% |
|----------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| G <sub>0</sub> | 未补偿理论轨迹    | 0.108±0.013 | 0.132±0.016 | 0.183±0.021 | 0.214±0.026 | —         |
| G <sub>1</sub> | 整体等效刚度模型补偿 | 0.079±0.011 | 0.098±0.014 | 0.142±0.018 | 0.173±0.024 | 26.9±8.4  |
| G <sub>2</sub> | 不考虑接口柔度补偿  | 0.067±0.009 | 0.085±0.011 | 0.124±0.017 | 0.156±0.020 | 37.8±7.1  |
| G <sub>3</sub> | 一次前馈补偿     | 0.055±0.008 | 0.071±0.010 | 0.106±0.014 | 0.137±0.018 | 49.1±6.8  |
| G <sub>4</sub> | 本文完整方法     | 0.044±0.006 | 0.058±0.008 | 0.087±0.011 | 0.116±0.016 | 59.3±5.9  |

由表 6 可知,  $G_0$  组误差最大;  $G_1$  组引入整体等效刚度补偿后, MAE 降低至 0.079 mm, 表明整体刚度模型具备一定补偿作用;  $G_2$  组采用分段悬臂梁模型后, MAE 进一步降低至 0.067 mm, 说明分段结构建模能够提高变形预测与补偿的准确性;  $G_3$  组进行一次前馈补偿后, MAE 降低至 0.055 mm, 说明基于预测误差的前馈修正能够显著改善预备精度;  $G_4$  组采用本文完整方法后, MAE、RMSE 和 P95 分别降至 0.044、0.058 和 0.087 mm; 相对于  $G_0$  组, 平均误差抑制率达到 59.3%。该结果表明, 接口柔度建模、载荷-变形敏感度修正和镜像迭代补偿能够

协同提高轨迹补偿精度, 尤其能够有效降低前后段横向受力区域的局部高误差。

对各组 MAE、RMSE 和 P95 进行正态性和方差齐性检验后, 采用单因素方差分析及 Tukey 事后检验进行组间比较。结果显示, 不同组别误差差异具有统计学意义 ( $P<0.05$ ); 与  $G_0$  组相比,  $G_1\sim G_4$  组误差均显著降低 ( $P<0.05$ ); 与  $G_1$ 、 $G_2$  和  $G_3$  组相比,  $G_4$  组误差进一步显著降低 ( $P<0.05$ )。综上, 本文完整方法在整体误差、局部峰值误差和稳健误差指标上均取得最优结果, 验证了其在离体牙连续预备轨迹补偿中的有效性。

2) 敏感度驱动的镜像迭代收敛性评价结果分析

为验证敏感度驱动镜像迭代补偿方法的收敛稳定性,本文在  $G_4$  组完整方法中记录每轮迭代后的最大残余误差、平均残余误差、最大轨迹更新量及触发安全约束的轨迹点比例,综合补偿精度与迭代效率,本文将最大残余误差阈值设定为 0.080 mm,将最大轨迹更新量阈值为 0.008 mm,其收敛过程如图 9 所示。

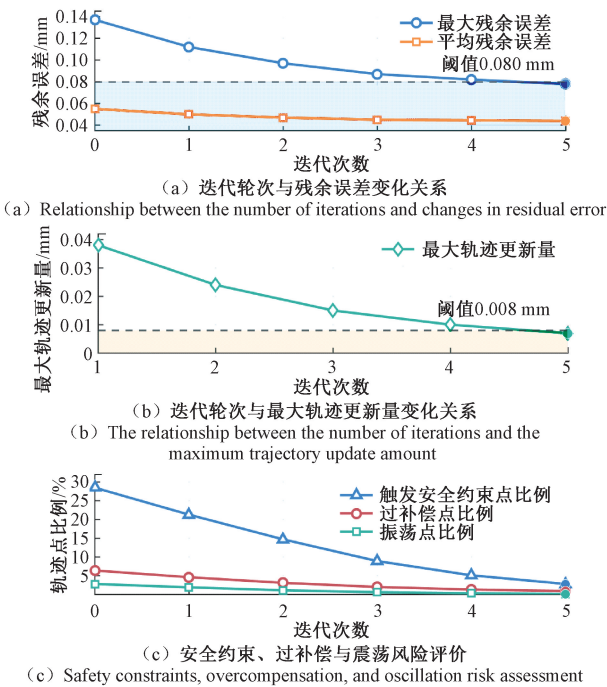


图 9 敏感度驱动镜像迭代补偿收敛过程  
Fig. 9 Convergence process of sensitivity-driven mirror iterative compensation

进行敏感度驱动镜像迭代后,最大残余误差和平均残余误差进一步减小。当迭代次数达到 5 次时,最大残余误差低于设定阈值,已满足收敛要求。最大轨迹更新量随迭代次数增加而逐渐减小,并在第 5 次迭代时低于设定停止阈值,表明相邻两轮补偿轨迹变化已较小,补偿过程趋于稳定。触发安全约束的轨迹点比例在初始迭代阶段较高,随后逐渐下降,说明安全限幅主要作用于早期局部高误差区域。以上结果表明,本文方法通过载荷-变形敏感度修正补偿量,能够针对一次前馈补偿后由局部预备深度变化引起的残余误差进行二次调整,从而提高连续轨迹补偿的精细化程度和误差抑制能力。同时,镜像迭代过程中残余误差、轨迹更新量和安全约束触发比例均逐步降低,说明该方法不仅具有较好的收敛稳定性,还能在降低局部高误差的同时避免持续过补偿,更适用于牙体预备这类不可逆材料去除过程。

进一步将  $G_4$  组的单点误差与表面整体误差<sup>[13]</sup>与其他现有方法对比如表 7 所示,结果表明,本文方法具有一定优势。

表 7 单点误差与表面误差的现有方法比较  
Table 7 Comparison of existing methods for single-point error and surface error (mm)

| 参数                             | 单点误差        | 表面整体误差 |
|--------------------------------|-------------|--------|
| 弧长等距刀路规划 <sup>[29]</sup>       | 0.125~0.159 | 0.107  |
| 三 NURBS 位姿同步规划 <sup>[30]</sup> | 0.086~0.091 | 0.112  |
| 任务特定轨迹优化 <sup>[31]</sup>       | 0.073~0.085 | 0.085  |
| P-MRSD 轨迹优化 <sup>[14]</sup>    | 0.076~0.085 | 0.067  |
| 自动化瓷贴面预备 <sup>[32]</sup>       | 0.125       | N/A    |
| Iso-MRR 分层预备 <sup>[13]</sup>   | 0.079~0.103 | N/A    |
| 本文方法                           | 0.067~0.082 | 0.044  |

5 结 论

本文针对牙体预备中磨削载荷引发的悬臂末端器械弹性变形与轨迹偏移问题,开展了误差建模与轨迹优化方法研究。悬臂式末端执行器受载后会产生多方向位姿偏差,且随操作姿态与工况动态变化,仅依靠几何误差修正难以实现全局稳定补偿。为此,本文将悬臂式末端执行链等效为多段悬臂梁与柔性接口串联系统,建立预备载荷到车针尖端位移误差的映射关系,并通过有限元辅助反标定识别关键接口等效刚度参数。以理论预备轨迹和局部预备深度为基础建立等效预备力序列,引入三向预备力修正系数降低理论载荷估计与实际预备过程之间的偏差,进一步构建载荷-变形敏感度驱动的镜像迭代前馈补偿策略,通过补偿限幅与收敛控制实现整牙连续预备轨迹的稳定优化。有限元分析与准静态单点加载实验表明,末端悬臂系统在 1.0~2.0 N 典型预备载荷范围内具有较好的线性力位移响应特征,理论模型、有限元模型与实验结果保持一致,支持小变形线弹性和三向近似解耦假设。基于离体牙的消融实验表明,采用本文完整方法后,预备表面 MAE、RMSE 和 P95 分别降低至 0.044、0.058 和 0.087 mm,平均误差抑制率达到了 59.3%,且镜像迭代在 5 次内满足收敛要求,说明所提方法能够有效削弱末端受载变形导致的系统误差,提高牙体预备精度与轨迹执行稳定性。受牙体材料差异、车针磨损状态、接触边界变化及强非线性切削工况影响,当前等效预备力模型和小变形假设仍存在一定适用范围限制,后续将结合在线力/位感知与参数自适应更新,进一步提升方法在复杂临床场景中的鲁棒性与泛化能力。

## 参考文献

- [1] XU Y, YOU Y, YI L Y, et al. Dental plaque-inspired versatile nano system for caries prevention and tooth restoration[J]. *Bioactive Materials*, 2023, 20: 418-433.
- [2] LIU P, YUE J, HAN SH F, et al. A cross-sectional survey of dental caries, oral hygiene, and *Helicobacter pylori* infection in adults[J]. *Asia-Pacific Journal of Public Health*, 2013, 25(S4): 49S-56S.
- [3] QIN L, QIAO W W, CHEN CH, et al. Robot-assisted endodontic retreatment: A case report with clinical considerations[J]. *Journal of Endodontics*, 2025, 51(4): 521-527.
- [4] HUANG SH, WANG ZH L, LI M M, et al. Current status and future perspectives of robot-assisted dental implant surgery[J]. *International Dental Journal*, 2025, 75(3): 1608-1620.
- [5] 李茂月, 苏渊强, 岳彩旭, 等. 面向结构光测量的机械臂多目标轨迹规划研究[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(11): 332-342.
- LI M Y, SU Y Q, YUE C X, et al. Multi-objective robotic arm trajectory planning for structured-light measurement[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(11): 332-342.
- [6] 刘伟, 刘顺, 邓朝晖, 等. 工业机器人定位误差补偿技术研究进展[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(17): 1-16.
- LIU W, LIU SH, DENG ZH H, et al. Research progress on positioning error compensation technology of industrial robot[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(17): 1-16.
- [7] 卢远, 国凯, 孙杰. 工业机器人轨迹精度力-位置复合补偿方法[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(14): 181-189.
- LU Y, GUO K, SUN J. Force-position composite compensation method for trajectory accuracy of industrial robots[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(14): 181-189.
- [8] SLAVKOVIC N R, MILUTINOVIC D S, GLAVONJIC M M. A method for off-line compensation of cutting force-induced errors in robotic machining by tool path modification[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 70(9/12): 2083-2096.
- [9] QU X, WAN M, SHEN CH J, et al. Profile error-oriented optimization of the feed direction and posture of the end-effector in robotic free-form milling[J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2023, 83: 102580.
- [10] OH J Y, CHOI S J, KIM C J, et al. Estimation and compensation of cutting force induced position error in robot machining system[J]. *Precision Engineering*, 2024, 86: 101-108.
- [11] BASUALDO ALLENDE J, CAMPOS-BIJIT V, MORALES-GÓMEZ C, et al. Accuracy and clinical relevance of robot-assisted implant surgery: An umbrella review[J]. *Applied Sciences*, 2026, 16(4): 2159.
- [12] 姜金刚, 陈厚鋈, 黄致远, 等. 牙体预备机器人备牙轨迹规划及实验研究[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(5): 85-98.
- JIANG J G, CHEN H Y, HUANG ZH Y, et al. Tooth preparation trajectory planning and experimental study of tooth preparation robot[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(5): 85-98.
- [13] SUN J P, JIANG J G, XUE ZH H, et al. Layered preparation method for cracked tooth preparation robot based on Iso-MRR algorithm[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2025, 30(6): 4411-4422.
- [14] SUN J P, JIANG J G, WANG CH R, et al. Trajectory optimization for tooth preparation robot based on P-MRSD algorithm[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 13752-13763.
- [15] SUN J P, JIANG J G, MA B, et al. Optimization of grinding parameters in robotic-assisted preparation of cracked teeth based on fracture mechanics: FEA and experiment[J]. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2025, 258: 108485.
- [16] JIANG J G, MA B, SUN J P, et al. Crack extension analysis and parameter optimization in robot-assisted cracked tooth preparation process: Finite element analysis and experiment[J]. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 2025, 41(7): 70070.
- [17] SUN J P, JIANG J G, XUE ZH H, et al. MC-CPO-based algorithm for collision-aware and preparation accuracy in confined space for tooth preparation robots[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2026, 23: 1879-1892.
- [18] ZHONG H R, LI X Y, GAO L, et al. Toward safe human-robot interaction: A fast-response admittance control method for series elastic actuator[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2022, 19(2): 919-932.
- [19] 房立金, 张明, 孙凤, 等. 绳索驱动式变刚度关节柔顺控制与力补偿方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(12): 234-241.
- FANG L J, ZHANG M, SUN F, et al. Study on compliant control and force compensation method for

- cable-driven variable-stiffness joints[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(12): 234-241.
- [20] 张世玉,赵聆喆,于枚可,等. 基于静电力的非接触式微悬臂梁刚度标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(6): 256-265.
- ZHANG SH Y, ZHAO L ZH, YU M K, et al. Non-contact stiffness calibration method for micro-cantilever beams based on electrostatic force[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(6): 256-265.
- [21] AGAPIOU J S. A methodology to measure joint stiffness parameters for toolholder-spindle interfaces[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2005, 24(1): 13-20.
- [22] SYED A U Y, ROKAYA D, SHAHRBAF S, et al. Three-dimensional finite element analysis of stress distribution in a tooth restored with full coverage machined polymer crown[J]. Applied Sciences, 2021, 11(3): 1220.
- [23] ZHANG Y R, DU W, ZHOU X D, et al. Review of research on the mechanical properties of the human tooth[J]. International Journal of Oral Science, 2014, 6(2): 61-69.
- [24] ELKAFFAS A A, ALSHEHRI A M, ALQAHTANI A R, et al. Impact of various cavity-preparation designs on fracture resistance and failure mode of CAD/CAM fabricated ceramic inlays and onlays [J]. Applied Sciences, 2024, 14(9): 3816.
- [25] LISE D P, VAN ENDE A, DE MUNCK J, et al. Biomechanical behavior of endodontically treated premolars using different preparation designs and CAD/CAM materials[J]. Journal of Dentistry, 2017, 59: 54-61.
- [26] YUAN F S, SUN Y CH, WANG Y, et al. Computer-aided design of tooth preparations for automated development of fixed prosthodontics [J]. Computers in Biology and Medicine, 2014, 44(1): 10-14.
- [27] WITECY C, GANSS C, WÖSTMANN B, et al. Monitoring of erosive tooth wear with intraoral scanners in vitro[J]. Caries Research, 2021, 55(3): 215-224.
- [28] SCHIEBL J, ELSNER N, BIRCHINGER P, et al. Quantification of the mechanical properties in the human-exoskeleton upper arm interface during overhead work postures in healthy young adults [J]. Sensors, 2025, 25(15): 4605.
- [29] AMERSDORFER M, MEURER T. Equidistant tool path and Cartesian trajectory planning for robotic machining of curved freeform surfaces [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2022, 19(4): 3311-3323.
- [30] LI X F, ZHAO H, HE X M, et al. A novel Cartesian trajectory planning method by using triple NURBS curves for industrial robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2023, 83: 102576.
- [31] PEI Y, IVANOV Y. Planning with purpose: Task-specific trajectory optimization [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2024, 9(5): 4551-4558.
- [32] OTANI T, RAIGRODSKI A J, MANCL L, et al. In vitro evaluation of accuracy and precision of automated robotic tooth preparation system for porcelain laminate veneers[J]. The Journal of Prosthetic Dentistry, 2015, 114(2): 229-235.

## 作者简介



**孙健鹏**, 2020 年于哈尔滨理工大学获得学士学位, 2024 年于哈尔滨理工大学获得博士学位, 现为哈尔滨理工大学机械动力工程学院讲师, 主要研究方向为医疗机器人。  
E-mail: sunjianpeng@hrbust.edu.cn

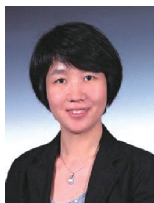
**Sun Jianpeng** received his B.Sc. and Ph.D. degrees both from Harbin University of Science and Technology in 2020 and 2024, respectively. He is currently a lecturer at the School of Mechanical and Power Engineering, Harbin University of Science and Technology. His main research interest includes medical robots.



**姜金刚** (通信作者), 2005 年于哈尔滨理工大学获得学士学位, 2008 年于哈尔滨理工大学获得硕士学位, 2013 年于哈尔滨理工大学获得博士学位, 现为哈尔滨理工大学机械动力工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为医疗机器人和仿生机器人。

E-mail: jiangjingang@hrbust.edu.cn

**Jiang Jingang** (Corresponding author) received his B.Sc., M.Sc., and Ph.D. degrees all from Harbin University of Science and Technology in 2005, 2008 and 2013, respectively. He is currently a professor and doctoral supervisor at the School of Mechanical and Power Engineering, Harbin University of Science and Technology. His main research interests include medical robots and biomimetic robots.



**潘洁**, 分别于 2002 年和 2008 年在北京大学口腔医学院获得医学博士学位和牙科博士学位, 现为北京大学口腔医学院主任医师, 主要研究方向为牙髓病学。

E-mail: panjie1972@163.com

**Pan Jie** received her M.D. and DDS. degrees both from the School of Stomatology, Peking University in 2002 and 2008, respectively. She is currently a chief physician at the School of Stomatology, Peking University. Her main research interest is endodontics.