

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2614985

铁磁性套管脉冲涡流检测快速理论模型研究^{*}

孙 虎¹, 司昊辰¹, 彭璨²

(1. 西南石油大学机电工程学院 成都 610500; 2. 川庆钻探工程有限公司井下作业公司 成都 610052)

摘 要:在铁磁性金属套管脉冲涡流检测中,通常使用理论模型或简化模型进行套管的相关参数测量。然而在脉冲涡流理论模型的工程应用中却存在经典理论模型计算速度慢、简化模型定量测量误差大的问题,从而一定程度地限制了脉冲涡流理论模型的应用与推广。为解决铁磁性金属套管脉冲涡流检测中存在的上述问题,基于截断区特征函数展开法给出了一种铁磁性金属套管脉冲涡流检测快速理论模型。首先,在理论模型构建过程中将长度为 3 m 的铁磁性套管所在区域的磁矢位进行离散展开,获取磁矢位的离散求和表达式以加快理论模型的计算速度。然后,基于电磁感应定律构建瞬态感应电压的离散复频域表达式。接着,使用数值拉普拉斯逆变换法修正塔尔博特算法(FTA)计算脉冲涡流检测的时域瞬态响应并进一步加快模型计算速度。最后,实验结果表明,提出的快速理论模型数据与有限元数据间的平均相对误差为 1.63%,且与实测数据重合度较好。此外,单层、双层和三层套管对应的理论瞬态响应单点数据平均计算时间开销分别为 98、107 和 368 ms,相比于基于 FTA、留数定理(RT)和傅里叶级数(FS)的经典连续理论模型,提出的快速理论模型的计算速度提升了 17 倍以上。因此提出的铁磁性金属套管脉冲涡流检测快速理论模型在保证理论数据精度的情况下显著地提升了模型计算速度,对脉冲涡流检测理论模型的工程应用具有积极的推动作用。

关键词: 脉冲涡流检测;铁磁性套管;瞬态响应;快速理论模型

中图分类号: TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Study of a fast theoretical model for pulsed eddy current testing on ferromagnetic casings

Sun Hu¹, Si Haochen¹, Peng Cancan²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;
2. Underground Operation Company, CNPC Chuangqing Drilling Engineering Co., Ltd., Chengdu 610052, China)

Abstract: In the pulsed eddy current testing of ferromagnetic casings, the engineering application of theoretical models often faces a critical dilemma. The classical continuous models suffer from low computational efficiency, while simplified models exhibit significant errors in quantitative measurements. This limitation hinders the widespread adoption of theoretical models in field applications. To address this issue, this article proposes a fast theoretical model based on the truncated region eigenfunction expansion method. First, the magnetic vector potential in the region of the ferromagnetic casing with a length of 3 m is discretely expanded to obtain a discrete summation expression, significantly accelerating the computation. Subsequently, a discrete complex-frequency domain expression for the transient induced voltage is established based on Faraday's law. The numerical inverse Laplace transform fixed Talbot algorithm (FTA) is then employed to compute the time-domain transient response, further enhancing computational speed. Finally, experimental results show that the proposed fast theoretical model achieves an average relative error of only 1.63% compared with finite element simulations, and exhibits strong agreement with experimental measurements. Furthermore, the average computation time for a single point of the transient response in single-layer, double-layer, and triple-layer casings are 98, 107, and 368 ms, respectively. Compared with classical continuous models based on the FTA, the residue theorem (RT) and Fourier series (FS), the proposed fast model achieved a 17-fold improvement in computational speed while maintaining high accuracy. This advancement can promote the engineering application

收稿日期:2026-03-03 Received Date: 2026-03-03

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(62303385)项目资助

of pulsed eddy current theoretical models.

Keywords: pulsed eddy current testing; ferromagnetic casing; transient response; fast theoretical model

0 引 言

铁磁性金属套管因其经济、可靠的特性在地下油气藏开采过程中被广泛地应用。其在井壁支撑、封隔水层和建立井下油气采集通道上发挥了重要的作用。因此井下在役金属套管的健康状态评估对井下油气的安全、高效生产意义重大。

目前用于井下金属管道的电学无损检测技术主要有两种,分别是超声检测技术^[1-3]和电磁涡流检测技术^[4-6]。其中,超声检测技术具有较快的检测速度和较好的检测精度。但其在检测过程中需要使用液态耦合剂,该项特性一定程度上限制了其在天然气井中的应用;电磁涡流检测技术因在实施过程中无需耦合剂、无需与被测试件接触以及操作简单等特点亦在金属管道无损检测领域得以广泛应用。特别是脉冲涡流检测(pulsed eddy current testing, PECT)技术,因其检测信号中包含丰富的时、频域信息进而在金属管道缺陷识别和厚度评估中愈发受到重视^[7-14]。

为基于 PECT 技术进行金属试件物理参数定量检测,大量研究人员聚焦于 PECT 的数学模型构建工作并已取得了许多研究成果。文献[15-17]表明,以傅里叶级数(Fourier series, FS)和傅里叶变换为基础可以有效地构建并分析 PECT 数学模型。偏心检测线圈解析模型计算结果表明,线圈的偏心距离对瞬态响应信号对数曲线受的影响较小^[15];电压型 PECT 解析模型表明接收线圈内感应电压的解析解是涡流磁场和激励磁场感应电压解析解之和^[16];贝塞尔加法定理可解决金属管柱内偏心检测线圈的解析模型构建问题^[17]。此外,拉普拉斯变换同样可用于构建 PECT 数学模型^[18-20]。金属平板 PECT 理论模型^[18]分析表明,涡流线圈的检测范围随提离距离的增加呈二阶指数增长,且与检测线圈的几何尺寸呈线性关系;多层金属平板 PECT 理论模型^[19]分析结果表明,感应电涡流信号的衰减率与不同层金属材料的磁导率成反比关系,可用于多层金属材料磁导率的测量。除使用留数定理^[18-19](the residue theorem, RT)进行拉普拉斯模型逆变换外,数值拉普拉斯逆变换方法也为计算金属管道 PECT 时域解析解提供了新的思路^[20]。以理论模型为基础,研究人员进一步研究了被测试件物理参数的定量测量方法^[21-24]。研究结果表明,PECT 理论模型结合可以有效地测量试件半径和厚度参数^[21-22];以复频域 PECT 理论模型为基础,结合深度学习中的物理信息网络可测得试件的电导率、相对磁导率和厚度^[23];对 PECT 理论模型

进行简化,可对试件壁厚进行近似计算^[24]。这些理论研究成果对 PECT 的工程应用具有积极的推动作用。实际上,文献[15-17,20,22]均基于经典的连续积分方程^[25-26]推导感应电压,可得感应电压的解析解,但积分计算过程会明显地增加理论模型计算时间开销。特别是基于 FS 的 PECT 理论模型^[15-17],其瞬态响应电压由多项谐波分量引起的正弦感应电压叠加而成,而各项谐波分量的正弦感应电压又由积分方程计算而来,故基于 FS 的理论模型计算时间开销十分巨大。虽简化模型可直接用于参数测量^[20],但却存在测量精度低的问题。

为确保涡流检测信号的精度且降低理论模型的计算时间开销,Theodoulidis 等提出使用截断域特征函数展开法对正弦涡流检测中的阻抗值进行计算,该方法将连续的积分方程通过级数展开为离散的多项式求和方程。由于求和方程仅进行相对简单的四则运算,故相比于积分方程显著地降低了正弦涡流响应信号计算时间开销^[27],该方法为 PECT 离散理论模型的构建奠定了基础。此外,文献[20]提出了一种基于数值拉普拉斯逆变换的复频域 PECT 理论模型。相比于基于傅里叶级数或基于留数定理的 PECT 模型,该复频域模型在确保计算精度的情况下亦降低了理论模型计算时间开销。但在 PECT 理论模型计算时间开销优化研究方向上,还有许多内容值得进一步研究。

为了进一步缩短 PECT 理论模型的计算时间开销,提出了一种新颖的 PECT 理论模型计算方法。首先,将理论模型中无限长金属管道近似为有限且足够长的管道。然后,以正弦涡流多层金属管道检测在该区域中的磁矢位解析解为基础,利用截断区特征函数展开法(truncated region eigenfunction expansion, TREE)将该区域连续的磁矢位解析表达式变换为离散求和的形式。最后,基于离散形式的磁矢位表达式并结合多层套管 PECT 复频域理论模型给出时域瞬态响应信号的计算模型。有限元仿真和实测实验结果证实了提出的 PECT 离散理论模型的准确性和高效性,在保证数据精度的情况下显著地降低了时域瞬态响应信号的计算时间开销。

1 铁磁性套管脉冲涡流检测

基于 PECT 技术进行井下多层铁磁性套管检测的示意图如图 1 所示。

当激励线圈在空间中产生变化的磁场时还伴随着变化的电场,该变化的电场将使得第 1 层套管管壁内的感应电流产生定向的闭环移动,也就是闭环感应电涡流。

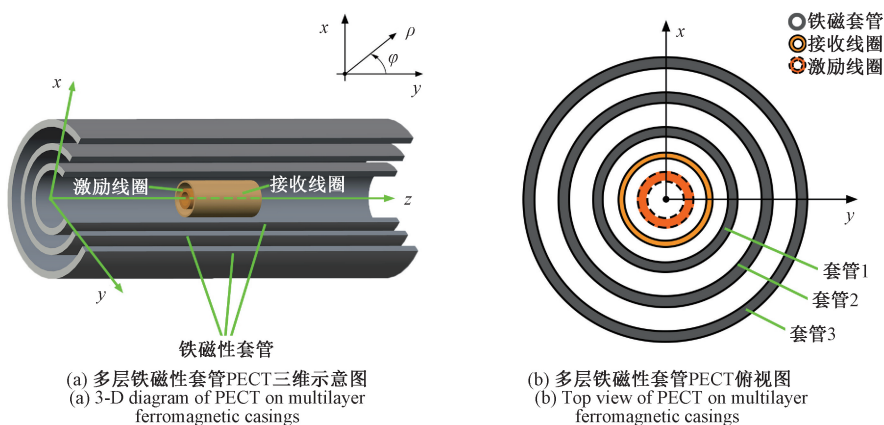


图1 多层铁磁性套管 PECT 示意图

Fig. 1 Diagram of PECT on multilayer ferromagnetic casings

该电流又将在第1层套管的内、外区域继续产生电磁场,进而使得第2层套管管壁内部也产生感应电涡流。同理,最终使最外层套管管壁内部形成感应电涡流。由于不同层套管形成的电磁场相互影响,并最终表现为接收线圈内瞬态感应电压的变化,故通过分析接收线圈内的瞬态感应电压即可对井下多层铁磁性套管的管壁厚度进行定性分析。若进一步结合多层套管 PECT 的理论模型,则可对井下多层套管的电磁参数和管壁厚度等参数进行定量分析。

2 瞬态涡流响应的快速离散模型

基于 Dodd 和 Deeds 给出的磁矢位 A 频域表达式^[25],易得套管内空气区域轴对称涡流检测模型的复频域表达式如式(1)所示。

$$A^{(n)}(\rho, z, s) = \frac{\bar{N}_d I \mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{[\sin \alpha(z - l_1) - \sin \alpha(z - l_2)]}{\alpha \alpha_0^2 (U_{22} V_{11} + U_{12} V_{21})} \times [U_{12}(n) I_1(\alpha \rho) + U_{22}(n) K_1(\alpha \rho)] \times [V_{11} I(\rho_2, \rho_1) + V_{21} K(\rho_2, \rho_1)] d\alpha \quad (1)$$

其中, $\bar{N}_d$ 为激励线圈匝数密度; μ_0 为真空磁导率; I 为每匝线圈内激励电流密度的复频域表达式; l_1 和 l_2 分别为激励线圈在 z 轴的起点位置和终点位置; ρ_1 和 ρ_2 分别为激励线圈的内半径和外半径; $\alpha_n = \sqrt{\alpha^2 + s \mu_n \sigma_n}$, 且 μ_n 和 σ_n 分别为第 n 层介质的磁导率和电导率; $I_1(x)$ 和 $K_1(x)$ 分别为修正的一阶一类、一阶二类贝塞尔函数; $I(\rho_2, \rho_1)$ 和 $K(\rho_2, \rho_1)$ 分别为 $\rho I_1(\alpha \rho)$ 和 $\rho K_1(\alpha \rho)$ 在区间 $[\rho_1, \rho_2]$ 上的积分。此外,对于图1所示的线圈区域,存在 $V_{21} = 0$ 和 $V_{11} = 1$, 故可将式(1)进一步化简为:

$$A(\rho, z, s) = \frac{\bar{N}_d I \mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha(z - l_1) - \sin \alpha(z - l_2)}{\alpha^3} \times$$

$$\left[\frac{U_{12}}{U_{22}} I_1(\alpha \rho) + K_1(\alpha \rho) \right] I(\rho_2, \rho_1) d\alpha \quad (2)$$

其中, U_{12} 和 U_{22} 分别是由套管层数推导得到的相关系数^[20], 此处为复频域表达式。显然, 式(2)中仅有 U_{12}/U_{22} 为复频域表达式, 其余部分均与复频率 s 无关。故可在时间 $t > 0$ 的条件下^[20] 将式(2)在频域进一步简化为:

$$A(\rho, z, s) = \frac{\bar{N}_d I \mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha(z - l_1) - \sin \alpha(z - l_2)}{\alpha^3} \times \frac{U_{12}}{U_{22}} I_1(\alpha \rho) I(\rho_2, \rho_1) d\alpha \quad (3)$$

设铁磁性金属套管在 z 轴的起点和终点分别为 $z = 0$ 和 $z = h$ 。在经典理论模型推导中, 通常视 h 为无穷大且此时线圈位于 $h/2$ 处。故此时的磁矢位 A 满足 $A|_{z=0} = 0$ 和 $A|_{z=h} = 0$ 。而在检测中, 感应涡流扩散时其幅度在管道内呈指数衰减, 其产生的涡流磁矢位 A 的幅度也随涡流扩散而指数衰减。故当 h 够大时, 即可认为在管道两端的磁矢位 A 几乎为0。对于长输油气管线或油气井井下金属套管而言, 该条件较为容易满足。考虑到上述边界条件, 可将 $(0, h)$ 区域的磁矢位 A 通过傅里叶级数展开为级数求和形式, 即:

$$A(\rho, z, s) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(\beta_n z) \quad (4)$$

其中, $\beta_n = n\pi/h$, 满足 $A|_{z=0} = 0$ 和 $A|_{z=h} = 0$ 的边界条件。且

$$b_n = \frac{2}{h} \int_0^h A(\rho, z, s) \sin(\beta_n z) dz \quad (5)$$

根据 TREE^[27-28], 当且仅当 $\alpha = \beta_n$ 时 $b_n \neq 0$ 。由于 $\alpha = \beta_n$, $b_n = 2\pi/h \times A(\rho, z, s)|_{\alpha=\beta_n}$ 。将式(3)代入式(5), 再将结果代入式(4), 则式(3)由连续表达式变化为离散表达式, 如式(6)所示。

$$A(\rho, z, s) = \frac{2\overline{N_d}\mu_0}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\cos(\beta_n l_1) - \cos(\beta_n l_2)]}{\beta_n^3} \times \frac{U_{12}}{U_{22}} I_1(\beta_n \rho) I(\rho_2, \rho_1) \sin(\beta_n z) \quad (6)$$

单匝线圈内感应电压的复频域表达式可由磁矢位 A 进行计算,其计算表达式如式(7)所示。

$$U_s(s) = s \oint A(\rho, z, s) dl = 2\pi \rho s A(\rho, z, s) \quad (7)$$

故可得整个接收线圈内感应电压的表达式如式(8)所示。

$$U(s) = 2\pi s \overline{N_p} \oint_{\rho_3}^{\rho_4} \oint_{l_3}^{l_4} \rho A(\rho, z, s) d\rho dz \quad (8)$$

其中, $\overline{N_p}$ 为接收线圈的匝数密度; l_3 和 l_4 分别为接收线圈在 z 轴的起点位置和终点位置; ρ_3 和 ρ_4 分别为接收线圈的内半径和外半径。

将式(6)代入式(8),可得整个接收线圈内感应电压的具体表达式为:

$$U(s) = \Gamma \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{12}}{U_{22}} \frac{\cos(\beta_n l_1) - \cos(\beta_n l_2)}{\beta_n^3} I_1(\beta_n \rho) \times \frac{\cos(\beta_n l_3) - \cos(\beta_n l_4)}{\beta_n^3} I(\rho_2, \rho_1) \sin(\beta_n z) d\alpha \quad (9)$$

其中, Γ 为关于线圈匝数密度的参数,其表达式如式(10)所示。

$$\Gamma = \frac{4\pi\mu_0 \overline{N_d} \overline{N_p}}{h} \quad (10)$$

由于式(9)中仅有 U_{12}/U_{22} 为复频域表达式,因此求感应电压 $U(s)$ 的时域表达式 $u(t)$ 仅需对 U_{12}/U_{22} 进行拉普拉斯逆变换。设 U_{12}/U_{22} 的 Laplace 逆变换为 $E_L(t)$, 则可得时域感应电压表达式如式(11)所示。

$$u(t) = \Gamma \sum_{n=1}^{\infty} E_L(t) \frac{\cos(\beta_n l_1) - \cos(\beta_n l_2)}{\beta_n^3} I_1(\beta_n \rho) \times \frac{\cos(\beta_n l_3) - \cos(\beta_n l_4)}{\beta_n^3} I(\rho_2, \rho_1) \sin(\beta_n z) d\alpha \quad (11)$$

然而,由于 U_{12} 和 U_{22} 的复频域表达式极其复杂,使用常规的拉普拉斯逆变换方法难以获得其对应的时域表达式。值得一提的是,数值拉普拉斯逆变换法在复杂复频域表达式的逆变换上具有较好的变换精度。故此处采用众多数值拉普拉斯逆变换法中表现较好的修正塔尔伯特算法^[29-30] (fixed-Talbot algorithm, FTA) 计算 $E_L(t)$ 。FTA 在计算复杂复频域表达式时具有快的速度,且在其计算公式中仅有一个自由参数需要调试,因此具有较好的计算稳定性。FTA 的具体计算公式如式(12)所示。

$$f(t, M) = \frac{Y}{M} \frac{1}{2} F(Y) e^{Yt} + \frac{Y}{M} \sum_{k=1}^{M-1} \operatorname{Re} [e^{ip(\theta_k)} F(p(\theta_k)) (1 + jY(\theta_k))] \quad (12)$$

其中, M 为自由参数,且只能取正整数。 $Y = 2M/(5t)$, $\theta_k = k\pi/M$, $p(\theta) = Y\theta(\cot\theta + j)$, $Y(\theta) = \theta + (\theta\cot\theta - 1)$, $F(s)$ 为 $f(t)$ 的复频域表达式, $F(Y)$ 表示将函数 $F(s)$ 内的所有复频率 s 替换为 Y 。最终可得多层套管内 PECT 的时域感应电压计算公式如式(13)所示。

$$u(t) = \Gamma \sum_{n=1}^{\infty} E_L(t, M) \frac{\cos(\beta_n l_1) - \cos(\beta_n l_2)}{\beta_n^3} I_1(\beta_n \rho) \times \frac{\cos(\beta_n l_3) - \cos(\beta_n l_4)}{\beta_n^3} I(\rho_2, \rho_1) \sin(\beta_n z) d\alpha \quad (13)$$

传统的基于傅里叶级数的频域 PECT 模型需对所有谐波分量进行傅里叶逆变换和积分计算才能获得瞬态响应,复频域 PECT 模型仅进行一次拉普拉斯逆变换和积分计算即可获取瞬态响应信号,故复频域 PECT 理论模型计算速度优于传统的频域 PECT 理论模型。此外,当自由参数 M 取 7 时可取得较好的拉普拉斯逆变换精度^[20],故在后续计算中均令 $M = 7$ 。此时, $u(t)$ 显然由多项式求和得来。相比于经典的积分算法,通过多项式求和将有效地降低计算时间开销。

3 实验与分析

为对提出的 PECT 快速理论模型进行验证,使用有限元仿真软件和 MATLAB 进行了初步的仿真验证。然后搭建了相应的实验平台,对提出模型的精度和计算速度进行了进一步的实验验证。

3.1 仿真实验与分析

仿真实验中,首先通过有限元仿真软件 COMSOL Multiphysics 计算单层及多层铁磁性套管在 PECT 中瞬态响应信号,然后在 MATLAB 构建提出的 PECT 快速理论模型并计算瞬态响应信号的理论值。仿真实验中所使用的电脑处理器型号为 Intel(R) Core(TM) i5-9400F CPU,主频 2.90 GHz。

仿真中套管、线圈和空气层的网格最大单元大小为 3 mm,最小单元大小为 0.042 mm;仿真求解时间步长为 0.1 ms。继续缩小网格单元尺寸或缩短时间步长几乎不改变仿真数据的大小。激励线圈和接收线圈的参数如表 1 所示。

表 1 线圈参数设置

Table 1 Parameters setting of coils

线圈类型	I_R/mm	O_R/mm	L/mm	匝数
激发线圈	11.85	18.25	120.00	689
接受线圈	21.50	26.20	120.00	96 400

其中,激励线圈和接收线圈的线径分别为 0.8 mm 和 0.06 mm。套管参数如表 2 所示,仿真中套管长度均为 3 m。

表 2 套管参数设置

Table 2 Parameters setting of casings

套管	I_R/mm	O_R/mm	d/mm	$\sigma/(\text{MS}\cdot\text{m}^{-1})$	μ_r
套管 1	31.0	36.5	5.5	5.0	70.0
套管 2	54.3	63.5	9.2	5.5	80.0
套管 3	73.5	84.1	10.6	6.0	90.0

表 1 和 2 中, I_R 和 O_R 分别表示内半径和外半径; σ 和 μ_r 分别表示套管的电导率和相对磁导率。此外, L 和 d 分别表示线圈的长度和套管的壁厚。仿真中设置脉冲激励电流的幅度为 1 A。

尽管式 (11) 中的瞬态响应信号 $u(t)$ 理论上需要由无穷项求和项相加才能计算得到,但实际上当求和项数 N 大于一定值时, $u(t)$ 的数值就趋于收敛且此时精度符合实际工程需求。为获得恰当的求和项数 N , 此处计算了不同 N 所对应的理论数据, 该数据和有限元仿真数据的差异如图 2 所示。

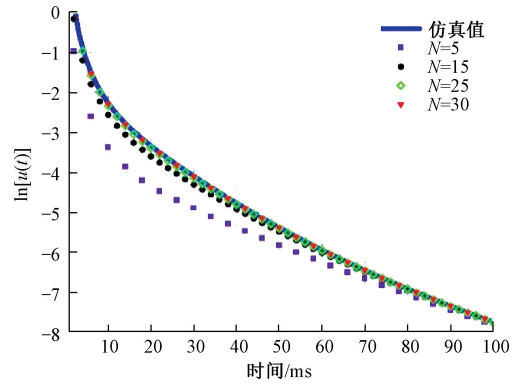


图 2 不同求和项数值下的瞬态响应信号理论数据

Fig. 2 Theoretical transient responses under different summation terms

图 2 中的理论数据计算结果表明, 当求和项数逐渐增加时理论数据逐渐收敛于有限元仿真数据。且当求和项数 $N > 25$ 时, 理论数据的变化难以识别。故在后续计算中, 求和项数 N 取为 25。

为进一步分析提出的 PECT 快速模型精度, 此处利用提出的模型对不同套管结构、不同套管厚度和多种套管参数组合下的仿真信号进行了数据验证, 验证结果如图 3 所示。

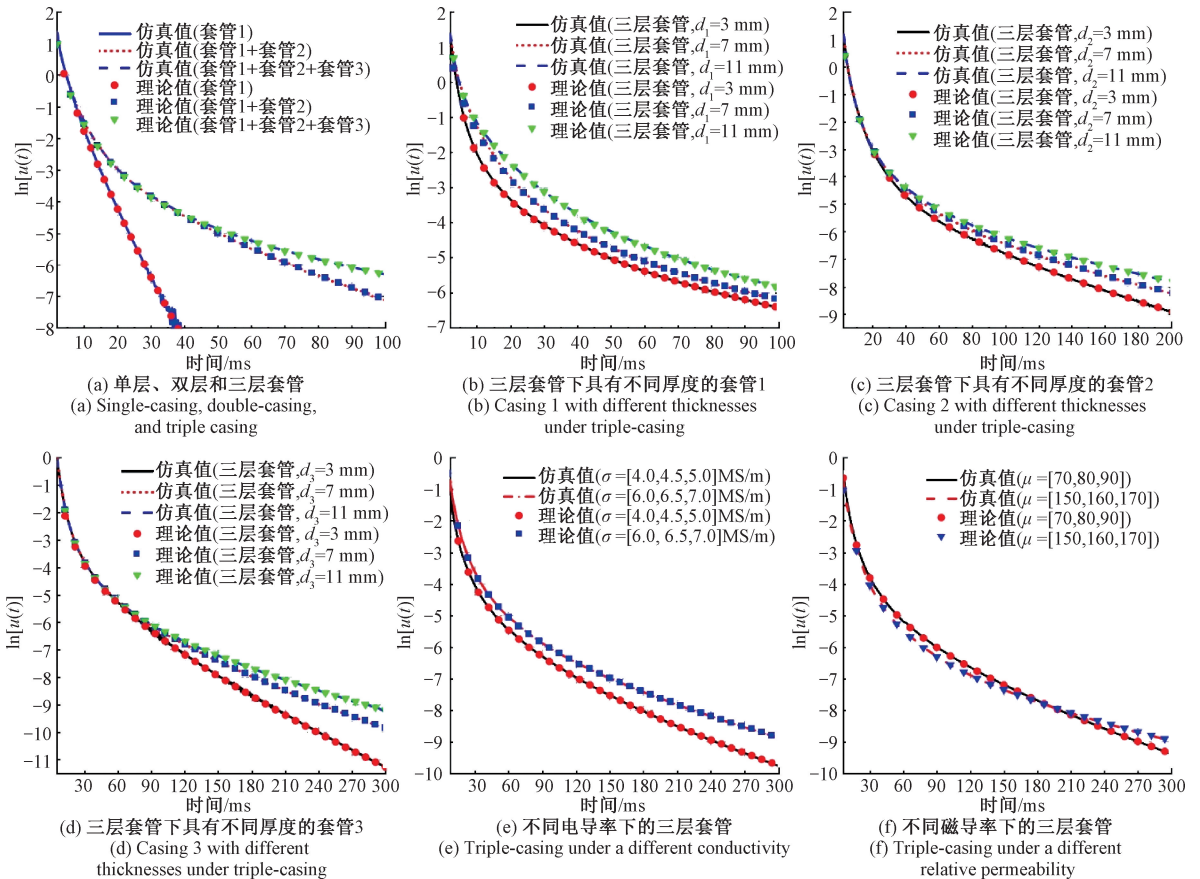


图 3 PECT 离散模型仿真验证结果

Fig. 3 Simulation verification results of the proposed PECT discrete model

在图 3 中, d_x 表示第 x 层套管的厚度; 向量 $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]$ 分别表示第 1、第 2 和第 3 层套管的电导率为 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 ; 向量 $\mu = [\mu_1, \mu_2, \mu_3]$ 分别表示第 1、第 2 和第 3 层套管的相对磁导率为 μ_1 、 μ_2 和 μ_3 。图 3 的结果表明在单层套管、多层套管及多层套管不同参数的情况下, 提出的 PECT 快速模型计算的理论数据与有限元仿真数据高度重合。此外, 如图 3(d) 所示, 当 $d_3 = 3 \text{ mm}$ 时, 快速模型可准确地计算出 $e^{-11} \approx 16.7 \times 10^{-6} \text{ V}$ 的微弱理论响应信号。故当求和项数 $N = 25$ 时, 提出的 PECT 快速离散模型具有相当可靠的计算精度, 可满足 PECT 理论分析与工程应用的需求。

为对提出的 PECT 快速模型的精度和计算时间开销进行进一步的定量分析, 此处还分别使用基于 FS^[16]、RT^[18-19] 和 FTA^[20] 的连续 PECT 理论模型计算了单层套管瞬态响应的理论数据, 并分别统计了从 4 ms 到 100 ms, 时间步进为 4 ms, 共计 25 个时间点数据的平均单点时间开销以及数据间的误差, 统计结果如表 3 所示。在表 3 中, $\bar{t}_s$ 为单点理论数据计算平均时间开销; $\bar{A}_e$ 表示 25 个理论数据和仿真数据间绝对相对误差的平均值; M_e 表示 25 个理论和仿真数据间的最大绝对相对误差。

表 3 不同 PECT 理论模型的精度和时间开销

Table 3 Comparison of accuracy and computational cost for different PECT theoretical models

模型	$\bar{t}_s/\text{s}$	$\bar{A}_e/\%$	$M_e/\%$
本文模型	0.10	1.63	10.53
FTA	1.77	1.58	10.42
RT	5.25	1.27	10.66
FS	38.97	4.45	13.35

表 3 中的数据表明, 提出的 PECT 快速模型在保证计算数据精度的同时显著地降低了数据计算时间开销, 单点理论数据计算时间开销缩短至 0.1 s。计算速度大约分别是基于 FTA、RT 和 FS 的 PECT 连续模型的 17.7、52.5 和 389.7 倍。且提出的 PECT 快速模型的 $\bar{A}_e$ 仅为 1.63%, 对应的 M_e 和其他模型十分接近。另外, 即使将 FTA 算法的自由参数 M 取得最佳值时, 响应信号在前几毫秒仍然存在不可忽视的误差, 但该误差随时间快速减小, 在 10 ms 左右即可降至 2% 以内^[20], 故 M_e 总是对应最早时刻理论数据点的绝对相对误差。另一方面, 图 2 的理论数据计算结果表明, 求和项数 N 的变化亦会明显影响 $\bar{A}_e$ 和 M_e 的数值。计算图 2 中对应曲线的 $\bar{A}_e$ 和 M_e , 可得结果如表 4 所示。

表 4 不同求和项数下的计算误差

Table 4 Computational errors under different numbers of summation terms

N	$\bar{A}_e/\%$	$M_e/\%$	$\bar{t}_s/\text{ms}$
5	36.59	67.66	63.12
15	12.09	27.17	89.76
25	1.63	10.53	101.92
30	1.36	8.45	134.58
40	0.68	4.86	160.60

表 4 的数据表明, 当 N 逐渐增大时, $\bar{A}_e$ 和 M_e 的数值持续下降。当 N 取 25 及以上数值时, $\bar{A}_e$ 和 M_e 的数值还可继续下降, 但 N 越大意味着计算时间也将相对变长。此外, 理论计算中套管的长度 h 也会影响 $\bar{A}_e$ 和 M_e 的数值, 为分析 h 对 $\bar{A}_e$ 和 M_e 的影响, 此处研究了 $N = 25$ 时不同 h 下理论数据对应的 $\bar{A}_e$ 和 M_e , 结果如表 5 所示。

表 5 不同套管长度下理论模型的计算误差

Table 5 Computational error of the theoretical model under different casing lengths

h/m	$\bar{A}_e/\%$	$M_e/\%$	$\bar{t}_s/\text{ms}$
0.5	34.50	79.25	102.61
1	16.2	47.66	102.72
2	2.72	13.10	103.63
3	1.63	10.53	103.88
4	1.32	7.78	105.96

表 5 的结果表明, 理论计算中 h 越大, 所对应的 $\bar{A}_e$ 和 M_e 就越小, 且 h 的数值增加对 $\bar{t}_s$ 的影响较小, 仅使 $\bar{t}_s$ 的数值微弱增长。因仿真中套管长度为 3 m, 故此处取 $h = 3 \text{ m}$ 。当 $h = 3 \text{ m}$ 时, $\bar{A}_e$ 下降至 1.63%, 已具有较好的精度。故当自由参数 $M = 7$ 时, 理论数据的 $\bar{A}_e$ 和 M_e 数值大小主要受求和项数 N 和理论计算中的套管长度 h 影响。因 M_e 仅出现在瞬态响应信号的前几毫秒, 而从图 3 的响应曲线可知, 响应信号的较后时间段包含了被测套管的厚度和电磁参数信息, 故该误差对基于理论模型进行套管厚度和电磁参数计算的影响可忽略。

为进一步分析本文算法的性能, 此处设置文中相应模型的关键参数如自由参数 M 、求和项数 N 和极点数 N_p 等使相应模型对应的 $\bar{A}_e$ 和 M_e 分别靠近 2% 和 10%, 然后统计相应模型对应的平均单点计算时间开销 $\bar{t}_s$ 以对模型进行分析。因基于 FS 的模型计算时间远超其余模型, 故

此处仅讨论本文模型和其余两种模型在多层套管下的计算性能,相应统计结果如表 6 所示。

表 6 不同套管层数下理论模型的计算误差
Table 6 Computational error of the theoretical model under different numbers of casing layers

模型	$\bar{t}_s/s$		
	单层	双层	三层
本文模型	0.10	0.11	0.37
FTA	1.83	5.61	11.84
RT	5.61	7.84	13.83

表 6 的结果表明,基于 FTA 和 RT 的连续模型在相近精度下,单层、双层和多层套管对应的 $\bar{t}_s$ 远大于本文提出的离散模型。此外,当未对模型进行离散化时,基于 FTA 的模型计算速度快于对应 RT 模型的计算速度。但相比于离散化模型,基于 FTA 的连续模型对计算速度的提升作用十分有限,相比于基于 RT 的模型,对应单层、双层和三层套管的情况下,计算速度仅分别提升了大约 67.4%、28.4% 和 7.2%。而本文提出的 PECT 离散模型,在单层、双层和三层套管的理论数据计算中,单点理论数据计算平均时间开销 $\bar{t}_s$ 仅分别为 98、107 和 368 ms,相比于基于 FTA 的连续模型,相应的计算速度又提升了大约 18、51 和 32 倍。故本文模型具有最佳的计算效率。需要注意的是,虽然本文模型在计算理论数据时模型中的套管层数从单层到双层、双层到三层均只增加了一层,但相应系数方程 U_{12}/U_{22} 的矩阵规模和运算复杂度却并非线性增加,尤其是从双层模型到三层模型, U_{12}/U_{22} 的矩阵规模迅速增大,相应的计算复杂度也快速增高^[25]。故此处从单层到三层对应的单点平均计算时间开销 $\bar{t}_s$ 并非线性增加。

从表 6 的展示的统计结果可知,即使本文模型计算三层套管理论数据时对应的 $\bar{t}_s$ 为 368 ms,该时间开销依旧远小于其他模型计算单层理论数据时所对应的 $\bar{t}_s$ 。因此,提出的 PECT 快速模型在保证数据精度与其他连续模型一致的同时,实现了更高的计算效率。

3.2 验证实验与分析

为对提出的 PECT 快速模型进行进一步实测验证,搭建了相应的实验验证系统,其示意图如图 4 所示。

其中,直流电源用于提供低纹波的大功率直流电源;脉冲激励电路板用于产生幅度为 1 A、周期为 200 ms 及占空比为 50% 的脉冲激励信号,激励信号的上升和下降时间均约为 7 μ s;放大电路用于对原始的瞬态响应信号进行幅度钳位、滤波和信号放大;数据采集卡 Smacq-

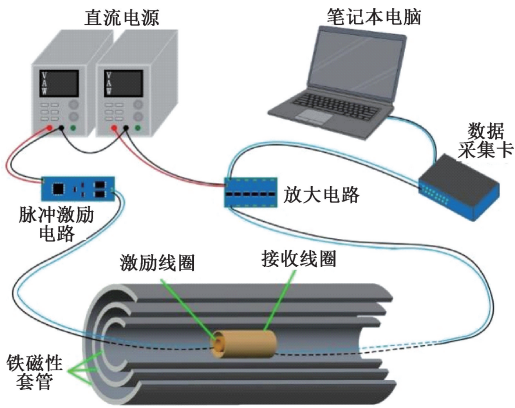


图 4 实验系统示意图
Fig. 4 Diagram of the experimental system

USB1252A 用于对处理过后的瞬态响应信号进行采集,最后将采集得到的数字信号在笔记本中进行幅度还原和进一步的数字滤波。

检测过程中使用的检测线圈如图 5 所示。为便于检测线圈的安装并确保激励线圈和接收线圈同轴,使用加工精度为 0.1 mm 的三维打印技术制作了相应的树脂骨架。因树脂材料不导电且不导磁,故其不影响 PECT 中的瞬态响应信号。

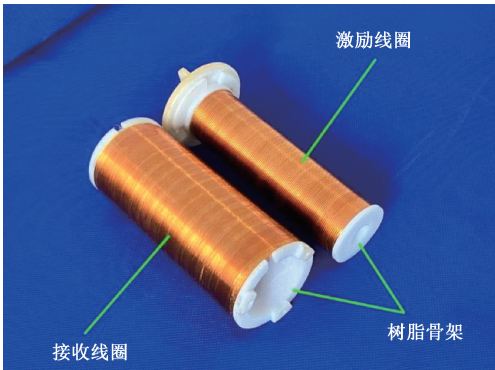


图 5 电磁涡流检测线圈
Fig. 5 Electromagnetic eddy current detection coils

图 5 中检测线圈的线径分别为 0.8 和 0.06 mm,其余参数如表 1 所示,其中激励线圈连接激励电路板,用于在空间中产生变化的电磁场并于金属套管内形成感应电涡流;接收线圈连接至放大电路,用于将金属套管形成的涡流磁场和激励线圈形成的激励磁场转换为对应的感应电压信号。

实验中,用于测试的铁磁性金属套管如图 6 所示。此处通过最常用的 J-55 套管进行测试,图 6 中的 3 根铁磁性套管的尺寸参数如表 2 所示,套管的长度为 3 m。

此处通过四点压降法^[31]测量了铁磁性套管 1、套管 2 和套管 3 的电导率,分别为 5.15、4.86 和 5.31 MS/m。

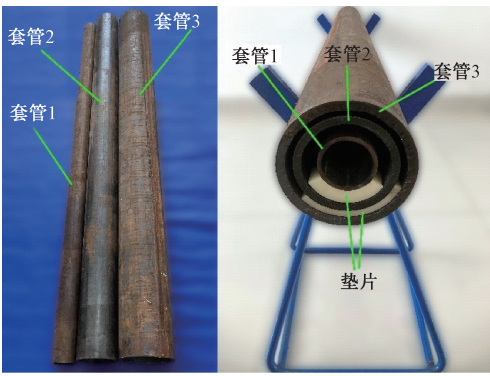


图 6 待测铁磁性套管

Fig. 6 Ferromagnetic casings to be tested

为使检测线圈与待测套管同轴,单独检测每根套管时于

检测线圈两端安装了由树脂材料打印的圆弧扶正器。同时在检测多层套管时,于相邻套管间放置了使套管保持同轴的圆弧垫片,圆弧垫片的内径、外径与内部套管的外径、外部套管的内径一一对应。接着基于实验平台即可获取单层铁磁性金属套管结构下各套管瞬态响应信号的实验数据。在已知套管电导率、厚度和内径的情况下,以获得的单层套管瞬态响应信号实验数据为基础,通过 PECT 快速模型进行了多次试验,并获得套管 1、套管 2 和套管 3 的相对磁导率分别为 88、115 和 145(当相对磁导率变化 1 时,瞬态响应信号的幅度变化十分微弱,故此处将相对磁导率取为整数)。最后通过实验平台和 PECT 快速模型得到的单层和多层铁磁性金属套管结构下瞬态响应信号对数衰减曲线的实验、理论数据如图 7 所示。

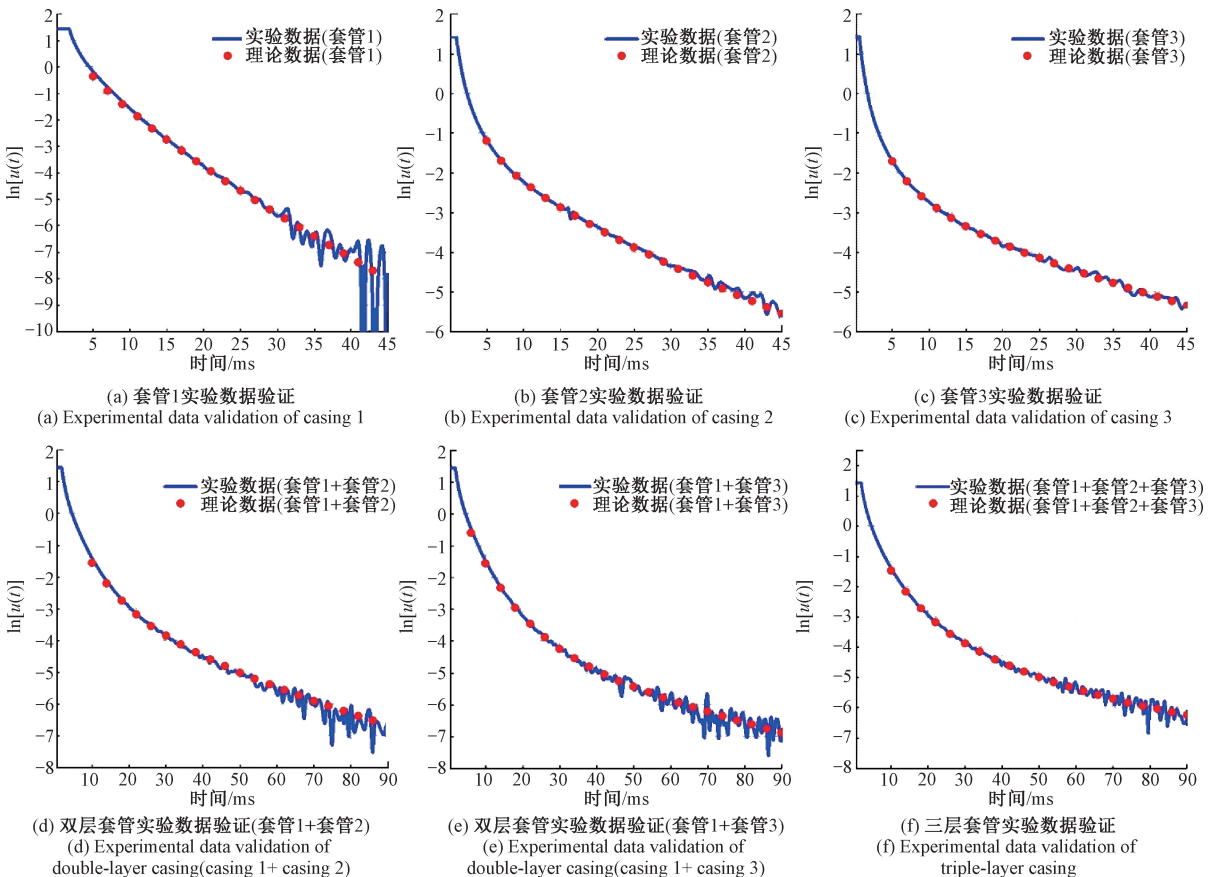


图 7 PECT 快速模型实验验证结果

Fig. 7 Experimental verification results of the proposed PECT fast model

从图 7 可知,尽管在瞬态响应信号实验数据的较后时间段存在一定干扰,但通过试验的方法确定的相对磁导率是较为准确的。基于套管已知参数并结合 PECT 快速模型计算得到的单层、双层和三层套管瞬态响应理论数据与实测数据重合度较好,验证了提出的 PECT 快速

模型的准确性。此处快速模型的计算时间开销与 3.1 节中的计算时间开销几乎保持一致,故本文提出的 PECT 快速模型在保证理论数据计算精度的情况下,明显缩短了模型的计算时间开销,可用于缩短基于 PECT 理论模型的铁磁性金属套管参数反演时间。

4 结 论

为提高铁磁性金属套管 PECT 理论模型的计算速度,以 TREE 方法为基础将 PECT 中一节 3 m 长铁磁性套管所在区域的磁矢位进行了展开以获取其离散表达式。然后以该离散磁矢位表达式进一步得到了复频域 PECT 离散模型,并最终通过 FTA 算法得到了 PECT 时域瞬态响应信号对应的快速理论模型。实验结果表明,相比于 PECT 连续模型,提出的 PECT 快速理论模型明显地提高了时域瞬态响应信号计算速度且保障了数据的计算精度。

此外,需要注意的是,本文模型在前 10 ms 的理论数据计算上存在相对较大的误差,故脉冲激励频率应尽量设定为低于 50 Hz,并主要采用模型计算 10 ms 之后的响应信号以获得较好的数据精度。本文模型适用于常用规格(如 2.375 英寸及以上)的单层、双层和三层组合套管的理论响应计算。且为方便计算,本文模型亦将铁磁材料的磁通密度 B 和磁导率 μ 间的关系进行线性近似。因在套管的实际检测中,通常借助扶正器使检测仪器(检测线圈)与套管保持同轴(同心),故本文提出的是无偏心状态下的 PECT 离散理论模型,不适用于存在较大偏心距离工况下的 PECT 理论响应计算。对于理论计算中的套管长度选取,由于本文线圈的长度为 120 mm,故在 3 m 的情况下可实现较好的理论数据精度。其他线圈长度下,理论计算中的套管长度还需按实际线圈尺寸进行选取以实现较好的计算精度。

未来工作将重点聚焦于基于本文所提出的 PECT 离散模型,开展套管参数的定量反演研究。

参考文献

- [1] ABOLLE-OKOYEAGU C J, FATUKASI S, REUBEN B. Measurement and simulation of the propagation of impulsive acoustic emission sources in pipes [J]. *Acoustics*, 2024, 6(3): 620-637.
- [2] LI ZH P, SHI Y B, LI Y J, et al. Solving dispersion characteristics in acoustic logging while drilling instrumentation: Multi-difference algorithm [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 1-18.
- [3] LI ZH P, ZHANG W, SHI Y B, et al. A study on geological boundary imaging ahead of drill bits during logging while drilling based on linear phased array acoustic transceivers [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2025, 63: 1-13.
- [4] 孙虎,师奕兵,张伟,等.一种铁磁管道中远场涡流的

伪峰移除方法[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(5): 60-67.

- SUN H, SHI Y B, ZHANG W, et al. A pseudo-peak removing method of remote field eddy current in ferromagnetic pipelines [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(5): 60-67.
- [5] LIU CH Z, DANG J X, YANG L, et al. Space-time pulsed eddy current array for NDT of wellbore casings based on MIMO technique [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 6000112.
- [6] ZHAO L, HU M H. A new serpentine array eddy current probe for steam generator tubes inspection [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2024, 377: 115667.
- [7] SUN H, ZHANG L L, ZHANG SH L, et al. Ferromagnetic tube defect imaging based on pulsed eddy current array testing coils [J]. *Measurement*, 2025, 256(D): 118211.
- [8] ZHAO T Y, WATSON R, ZHANG D Y, et al. A pulsed eddy current sensor for UAV deployed pipe thickness measurement [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2024, 24(20): 33326-33335.
- [9] 罗斌,师奕兵,陶爱华,等.一种用于油井管道脉冲涡流检测建模的物理信息神经网络[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(12): 36-58.
- LUO B, SHI Y B, TAO AI H, et al. A physical information neural network for modeling pulsed eddy current detection of oil well pipelines [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(12): 36-58.
- [10] 杨超,孙虎,唐超.电磁脉冲涡流检测下金属管道缺陷检测研究[J]. *电子测量与仪器学报*, 2025, 39(4): 132-140.
- YANG CH, SUN H, TANG CH. Research on metal pipe defect detection based on electromagnetic pulsed eddy current testing [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2025, 39(4): 132-140.
- [11] 李超月,王璇,牛卫飞,等.金属保护层对脉冲涡流检测影响实验研究[J]. *电子测量技术*, 2023, 46(14): 24-29.
- LI CH Y, WANG X, NIU W F, et al. Experimental study on the influence of metal protective layer on pulsed eddy current testing [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2023, 46(14): 24-29.
- [12] 李佳东,张彦杰,邱俊杰,等.带包覆层管道缺陷的脉冲涡流检测方法研究[J]. *电子测量与仪器学报*,

- 2024, 38(10): 137-146.
- LI J D, ZHANG Y J, QIU J J, et al. Research on pulse eddy current testing method for pipeline defects with coating layer[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2024, 38(10): 137-146.
- [13] 任杰,杨双龙,王俊翔,等. 迭代 ICA 与 LEVKOV 联合的瞬态响应工频干扰抑制方法[J]. *电子测量与仪器学报*, 2021, 35(12): 37-44.
- REN J, YANG SH L, WANG J X, et al. Anti-power interference method of combining iterative ICA and LEVKOV for transient response[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2021, 35(12): 37-44.
- [14] 孙虎,师奕兵,张伟,等. 铁磁性套管脉冲涡流检测的时域解析解[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(6): 179-186.
- SUN H, SHI Y B, ZHANG W, et al. Research on metal pipe defect detection based on electromagnetic pulsed eddy current testing[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(6): 179-186.
- [15] SHE S B, PENG W, ZHENG X N, et al. Simplified analytical model for pulsed eddy current testing of asymmetric cylinders and tubes with physics-guided multiscale ResNet for property estimation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2025, 25(24): 43854-43866.
- [16] SUN H, SHI Y B, ZHANG W. Time-domain modeling analysis of pulsed eddy current testing on ferromagnetic casing[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2020, 91(9): 094702.
- [17] SUN H, SHI Y B, ZHANG W, et al. Transient eddy current response to pulsed eddy current testing inside a ferromagnetic casing[J]. *NDT & E International*, 2022, 126: 102587.
- [18] ZHENG X N, YU K H, ZOU X, et al. Lift-off invariant footprint control in pulsed eddy current probes using finite plate modeling[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2026, 75: 1-9.
- [19] ZHENG X N, SHE S B, XIA Z H, et al. Analyzing the permeability distribution of multilayered specimens using pulsed eddy-current testing with multi-scale 1D-ResNet[J]. *NDT & E International*, 2025, 149: 103247.
- [20] SUN H, ZHANG SH L, DENG Y, et al. PECT analytical modeling fast calculation method of multilayer ferro-magnetic casings[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2024, 24(18): 28909-28920.
- [21] GUO R, YU K H, SHE S B, et al. Measurement of finite plate size in pulsed eddy current testing[J]. *Measurement*, 2025, 251: 117202.
- [22] CHEN X L, LI J W, WANG ZH H. Inversion method in pulsed eddy current testing for wall thickness of ferromagnetic pipes[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69(12): 9766-9773.
- [23] ZHENG X N, ZOU X, MENG T, et al. Electromagnetic parameter and thickness estimation using pulsed eddy current and physics-informed transformer networks[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2026: 3670610.
- [24] ULAPANE N, ALEMPIJEVIC A, MIRO J V, et al. Non-destructive evaluation of ferromagnetic material thickness using pulsed eddy current sensor detector coil voltage decay rate[J]. *NDT & E International*, 2018, 100: 108-114.
- [25] DODD C V, CHENG C C, DEEDS W E. Induction coils coaxial with an arbitrary number of cylindrical conductors[J]. *Journal of Applied Physics*. 1974, 45(2): 638-647.
- [26] THEODOULIDIS T P. Analytical modeling of wobble in eddy current tube testing with bobbin coils[J]. *Research in Nondestructive Evaluation*. 2002, 14(2): 111-126.
- [27] THEODOULIDIS T, KRIEZIS E. Series expansions in eddy current nondestructive evaluation models[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2005, 161(1/2): 343-347.
- [28] SONG Y, WU X J. An analytical solution for vertical coils near a multi-layered metallic pipe in pulsed eddy current testing[J]. *NDT & E International*, 2022, 125: 102570.
- [29] NAEENI M R, CAMPAGNA R, ESKANDARI-GHADI M, et al. Performance comparison of numerical inversion methods for Laplace and Hankel integral transforms in engineering problems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, 250: 759-775.
- [30] YOU X R, ZHANG J F, LUO J. Fast forward modeling of grounded electrical-source transient electromagnetic based on inverse Laplace transform adaptive hybrid algorithm[J]. *Computers & Geosciences*, 2024, 191:

105661.

[31] BOWLER N. Theory of four-point direct-current potential drop measurements on a metal plate [J]. Research in Nondestructive Evaluation, 2006, 17(1): 29-48.

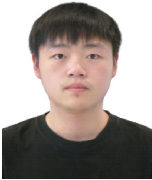
作者简介



孙虎(通信作者),2014年、2018年于西南石油大学分别获得学士学位、硕士学位,2022年于电子科技大学获得博士学位,现为西南石油大学讲师,主要研究方向为电磁涡流检测、电磁涡流解析模型与信号处理。

E-mail:hsun_uestc@163.com

Sun Hu (Corresponding author) received his B.Sc. and M.Sc. degrees both from Southwest Petroleum University in 2014 and 2018, respectively, and his Ph.D. degree from the University of Electronic Science and Technology of China in 2022. He is currently a lecturer at Southwest Petroleum University. His main research interests include electromagnetic eddy current testing, electromagnetic eddy current analytical modeling, and signal processing.



司昊辰,2025年于辽宁科技大学获得学士学位,现为西南石油大学硕士研究生,主要研究方向为电磁涡流检测与信号处理。

E-mail:SiHCmia@163.com

Si Haochen received his B.Sc. degree from Liaoning University of Science and Technology in 2025. He is currently pursuing his master's degree at Southwest Petroleum University. His main research interests include electromagnetic eddy current detection and signal processing.



彭燊燊,2013年、2016年于长江大学分别获得学士学位、硕士学位,2022年于西南石油大学获得博士学位,现为川庆钻探井下作业公司工程师,主要研究方向为井下工具研发。

E-mail:pengcc_jx@cnpc.com.cn

Peng Cancan received his B.Sc. and M.Sc. degrees both from Yangtze University in 2013 and 2016, respectively, and his Ph.D. degree from Southwest Petroleum University in 2022. He is currently an engineer at the Underground Operation Company, CNPC Chuanqing Drilling Engineering Co., Ltd., Underground Operation Company. His main research interests include research and development of downhole tools.