

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2614989

面向降雨散射信道下纠缠光量子成像的 符合计数优化方法*

方 杰^{1,2,3}, 周 牧^{2,3,4}, 曹静阳^{2,3,4}, 王 勇¹

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065; 2. 专用量子计算与量子人工智能重庆市重点实验室 重庆 400065;
3. 量子人工智能与新材料重庆市高校重点实验室 重庆 400065; 4. 重庆邮电大学电子科学与工程学院 重庆 400065)

摘 要:为解决降雨散射环境下纠缠光量子成像因雨滴消光衰减、多重散射偏折及光子到达时间失配而导致的有效符合计数下降与成像质量恶化问题,提出一种面向降雨散射信道下纠缠光量子成像的符合计数优化方法。首先,针对降雨条件下信号光子传播过程复杂、传统宏观衰减模型难以准确描述多重散射路径贡献的不足,结合雨滴粒径分布谱与 Mie 散射理论,建立降雨信道中的光量子散射及传输衰减模型,并构建基于加权生存与路径积分的多重散射光子追踪模型,在视场角与接收口径约束下计算信号光子的空间可接收概率。其次,针对信号光子透射穿越雨滴时因折射效应引起的附加光程问题,引入 Cauchy-Crofton 定理对雨滴内部平均传播路径进行几何统计修正,并据此修正二阶关联函数,建立融合空间几何约束与时域同步约束的联合探测概率模型。最后,结合符合时间窗约束、探测器暗计数和背景噪声的统计特性,构建像素级期望符合计数表达式,实现降雨条件下的目标图像重构。仿真与实验结果表明,所提方法能够在强降雨条件下有效抑制背景噪声干扰,增强目标结构保持能力并提升重构图像质量。与传统量子成像(QI)方法相比,重构图像的峰值信噪比(PSNR)提升约 4.4 dB,均方根误差(RMSE)降低约 40%,表明本文方法在复杂降雨散射环境下具有较好的有效性和鲁棒性。

关键词:量子成像;降雨散射信道;光子追踪模型;符合计数修正;Cauchy-Crofton 定理

中图分类号: TH74 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

A coincidence counting optimization method for entangled optical quantum imaging in rainfall scattering channels

Fang Jie^{1,2,3}, Zhou Mu^{2,3,4}, Cao Jingyang^{2,3,4}, Wang Yong¹

(1. School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. Chongqing Key Laboratory of Dedicated Quantum Computing and Quantum Artificial Intelligence, Chongqing 400065, China; 3. Key Laboratory of Quantum Artificial Intelligence and New Materials, Chongqing 400065, China; 4. School of Electronic Science and Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: To address the reduction in effective coincidence counts and the deterioration of imaging quality in entangled photon quantum imaging under rainfall scattering conditions, caused by raindrop extinction attenuation, multiple scattering deflection, and photon arrival-time mismatch, this article proposes a coincidence count optimization method for entangled optical quantum imaging in rainfall scattering channels. First, considering the complexity of signal photon propagation in rainfall environments and the limitation of conventional macroscopic attenuation models in accurately characterizing the contributions of multiple scattering paths, a quantum optical scattering and transmission attenuation model for rainfall channels is established by combining the raindrop size distribution spectrum with Mie scattering theory. On this basis, a multiple scattering photon tracing model based on weighted survival and path integral is formulated to calculate the spatial reception probability of signal photons under the constraints of field of the view and receiver aperture. Secondly, to account for the additional optical path induced by refraction when signal photons propagate through raindrops, the Cauchy-Crofton

收稿日期: 2026-03-05 Received Date: 2026-03-05

* 基金项目: 国家自然科学基金项目(62571074)、重庆市自然科学基金创新发展联合基金项目(CSTB2025NSCQ-LZX0142, CSTB2023NSCQ-LZX0014)、重庆市技术创新与应用发展专项重大项目(CSTB2024TIAD-STX0035)资助

theorem is introduced to statistically correct the average propagation path inside raindrops. Based on this correction, the second-order correlation function is modified, and a joint detection probability model incorporating both spatial geometric constraints and temporal synchronization constraints is established. Finally, by further incorporating coincidence time window constraints as well as the statistical characteristics of detector dark counts and background noise, a pixel-level expected coincidence count expression is derived to realize target image reconstruction under rainfall conditions. Simulation and experimental results show that the proposed method can effectively suppress background noise under heavy rainfall conditions, enhance target structural preservation, and improve the quality of reconstructed images. Compared with traditional quantum imaging (QI) methods, the proposed method increases the peak signal-to-noise (PSNR) ratio by approximately 4.4 dB and reduces the root mean square error (RMSE) by about 40%, showing its effectiveness and robustness in complex rainfall scattering environments.

Keywords: quantum imaging; rainfall scattering channel; photon tracing model; coincidence counting modification; Cauchy-Crofton theorem

0 引言

随着量子力学的发展,量子信息技术 (quantum information technology, QIT) 依托量子叠加^[1]、量子纠缠^[2]等特性,在突破经典物理极限方面展现出巨大潜力。作为 QIT 的重要分支,量子成像 (quantum imaging, QI) 摆脱了传统光学成像依赖光强直接探测的范式,转而利用纠缠光子对之间的时空关联特性^[3]来获取目标信息。该技术不仅突破了经典光学中的衍射极限与散粒噪声瓶颈^[4],还通过探测与成像过程的空间分离^[5-6],有效解决了弱光及复杂介质条件下远距离、高分辨率、强抗干扰成像的难题^[7-9]。

QI 利用量子信号对目标物体进行成像,而量子信号在自由空间中传输时不可避免地受到降雨、雾霾、大气湍流等外界环境干扰,进而影响成像质量。Eso 等^[10]通过仿真分析了雾、雨、霾等天气条件下自由空间量子链路的衰减特性,比较了 850~2 133 nm 不同波段的传输性能,揭示了大气散射对量子信号传输的影响。Sekga 等^[11]从理论上研究了雨、霾等恶劣天气对量子系统性能的影响,具体分析了由雨滴吸收与散射引起的能量衰减规律,为理解散射环境下量子信号的传播特征与退化机制提供了支撑。赵宇婕等^[12]针对降雨场景建立了基于 Mie 散射的雨致衰减与性能评估模型,明确了降雨强度、传播距离与量子探测灵敏度之间的定量关系,指出雨滴的离散散射在量子探测过程中引起的链路退化不可忽略。Song 等^[13]建立了一种自适应移动平均校正模型,通过统计分析动态散射介质的比例因子,显著提升了快速变化散射场中的成像分辨率。Lin 等^[14]从建模角度研究了雾环境下的计算鬼成像,将雾效应建模为湍流与散射的耦合作用,指出传播距离、湍流强度与散射粒子浓度的增大会显著加剧图像重构质量的退化,为复杂介质下的关联成像建模提供了参考。

尽管上述研究从链路衰减与系统性能层面揭示了降雨等因素引起的成像质量恶化现象,但针对降雨这类具

有离散分布、动态运动及特定粒径谱特征的复杂散射环境,面向纠缠光子符合计数的时域失配建模与鲁棒重构算法仍缺乏深入研究。因此,从算法层面协同抑制降雨引起的信号衰减、时域失配与噪声干扰,成为提升恶劣天气下纠缠光子成像质量的关键。

针对上述降雨散射条件下光子传播机制复杂、有效信号提取困难的不足,本文提出一种面向降雨散射信道下纠缠光子成像的符合计数优化方法。该方法通过加权生存与路径积分多重散射光子追踪模型获取信号光子在视场约束下的空间到达概率;随后,利用 Cauchy-Crofton 定理对光子透射穿过雨滴时折射引起的附加光程进行统计修正,并结合时域同步约束与噪声探测统计特性,完成光子传播建模、光程修正、时域约束与符合计数优化,从而实现降雨散射环境下目标的高信噪比与高保真度成像。

1 系统模型

为实现降雨环境下纠缠光子成像,本文所提方法的系统框图如图 1 所示。

本文首先构建了基于加权生存与路径积分的多重散射光子追踪模型,在视场角与接收口径约束下得到信号光子的空间可接收概率;随后,引入 Cauchy-Crofton 定理对雨滴导致的附加光程进行统计修正,并将其纳入联合光探测概率的表征中;最后,结合符合门宽约束与噪声计数模型建立符合计数修正算法,从而提升降雨散射条件下的有效符合计数与成像重构质量。

1.1 纠缠光子成像系统设计

本文构建了基于 II 类自发参量下转换过程 (spontaneous parametric down-conversion, SPDC) 的纠缠光子成像系统,旨在探究降雨散射环境对纠缠光子成像质量的影响,其系统光路如图 2 所示。

系统采用波长为 405 nm 的泵浦激光器作为激励源。泵浦光经由透镜 1 和透镜 2 组成的透镜组缩束聚焦,并

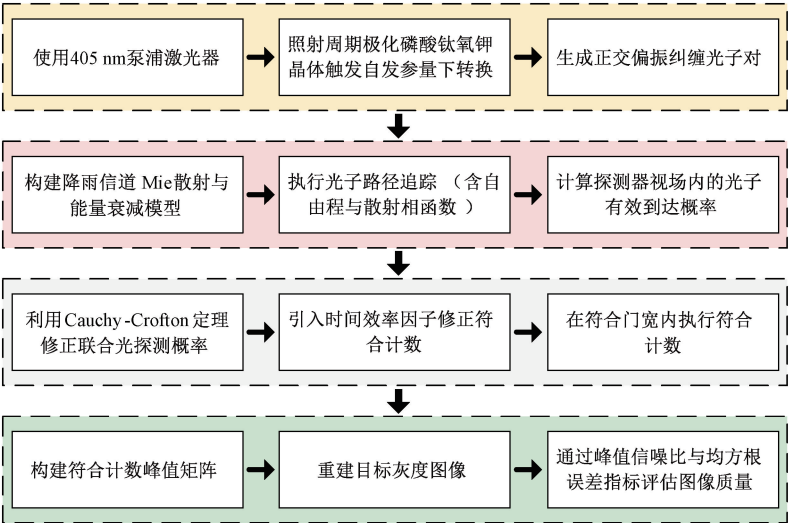


图 1 系统框图

Fig. 1 System block diagram

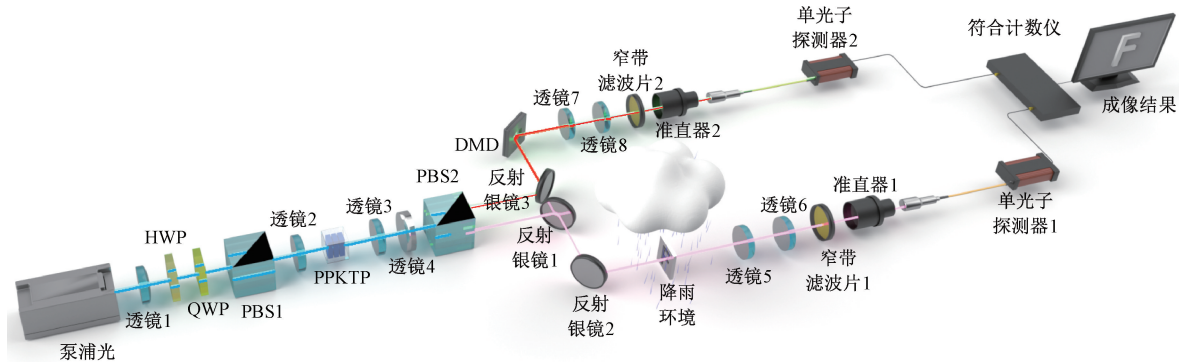


图 2 QI 光路图

Fig. 2 QI optical path diagram

通过半波片 (half-wave plate, HWP) 与四分之一波片 (quarter-wave plate, QWP) 调制为线偏振态后,入射至周期极化磷酸氧钛钾 (periodically poled potassium titanyl phosphate, PPKTP) 晶体。在准相位匹配条件下,晶体以一定概率产生一对 810 nm 正交偏振的纠缠光子对,即信号光子与参考光子。随后,透镜 3 和透镜 4 构成的望远镜系统将出射光束扩束至 2 mm,以满足成像视场需求。偏振分束器 2 (polarization beam splitter, PBS) 按偏振态将两路光子分离。

参考光路作为本地参考,经数字微镜器件 (digital micromirror device, DMD) 进行逐像素二维平面扫描调制^[15];信号光路则经反射镜传输后,穿过降雨区域照射待成像目标。携带目标空间信息的信号光子由透镜 5 和透镜 6 收集并汇聚至单光子探测器 1 (single photon detector, SPD);参考光子则经透镜 7 和透镜 8 汇聚至单光子探测器 2。两路探测端均配置窄带滤光片 (narrowband

filter),以滤除 810 nm 波段以外的背景噪声。

最终,系统将 SPD1 和 SPD2 收集到的光子进行符合计数,并根据符合计数值重构目标图像。

基于上述构建的纠缠光子量子成像系统,信号光子在探测端接收前需经大气信道传播。在降雨环境下,雨滴会造成消光衰减和散射偏折使得光子偏振态发生变化,出现退偏振效应^[16],从而削弱了纠缠光子对之间的时空关联性,导致纠缠度下降且有效探测概率降低。因此,为评估降雨散射对成像链路的影响,并为后续推导提供理论基础,本文建立了降雨散射信道下的光量子传输模型。

1.2 雨滴的光量子散射及传输衰减模型

降雨环境在微观上表现为大量随机分布的球形散射体。为表征其对信号光子传播的影响,需从雨滴粒径分布出发,刻画由雨滴引起的消光衰减与散射偏折,并据此建立降雨条件下的传输模型。降雨强度分级如表 1^[17] 所示。

表 1 我国气象部门采用的降雨强度标准
Table 1 Rainfall intensity standards adopted by China's meteorological departments

降雨状况	降雨强度/(mm·h ⁻¹)
毛毛雨	<0.1
小雨	0.1~5
中雨	5~12.5
大雨	12.5~25
暴雨	25~100

考虑到本文主要关注降雨散射信道下纠缠光子传播特性的变化规律及符合计数优化过程,本文将雨滴近似为均匀球体,并采用 MP (Marshall-Palmer)^[18] 分布对雨滴粒径谱 $N(D)$ 进行描述,其表达式为:

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D} \tag{1}$$

其中, $N_0 = 8\,000\text{ m}^{-3}/\text{mm}$ 为浓度参数; $\Lambda = 4.1R^{-0.21}$ 为尺度参数; R 为降雨强度,单位为 mm/h。

根据 Mie 散射理论^[19],雨滴粒子的消光系数可表示为:

$$k_e = \frac{\pi}{4} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} Q_e(x, m_{\text{water}}) D^2 N(D) dD \tag{2}$$

其中, $D_{\max}$ 与 $D_{\min}$ 分别表示雨滴的最小与最大直径,取值为 0.05 和 4 mm; Q_e 为衰减效率因子; k_e 单位为 dB/km。根据 Vande Hulst 近似公式^[20] 计算可得 $Q_e(x, m_{\text{water}}) \approx 2$; $x = \frac{2\pi r}{\lambda}$ 为尺度参数, r 为雨滴半径; m_{water} 为水的折射率。

本文成像过程采用 810 nm 的纠缠光子波长、0.05~4 mm 的雨滴粒径范围以及 0.1~62.5 mm/h 的降雨强度范围。在上述条件下,雨滴粒径尺度明显大于纠缠光子的波长,因此采用均匀球形雨滴假设并结合 MP 分布对雨滴粒径谱进行描述,能够更好表征典型自然降雨条件下雨滴对光子传播散射与衰减特性的影响。

宏观上,光量子在降雨信道传输距离 L_0 后的能量衰减遵循 Lambert-Beer 定律^[21],其表达式为:

$$I = I_0 e^{(-k_e L_0)} \tag{3}$$

其中, I_0 为光子的初始能量。

然而, Lambert-Beer 定律本质上仅描述了光子沿传播方向的平均指数衰减,无法甄别与统计经过多重散射后仍能到达探测器的信号光子。在 QI 中,多重散射会改变光子的传播路径并引起角度偏移,导致其与参考光子的时空关联性显著降低,进而造成有效符合计数减少与成像信噪比下降。因此,仅依靠宏观衰减模型难以准确描述纠缠光子在离散雨滴介质中的复杂传播过程。

1.3 基于加权生存与路径积分的多重散射光子追踪模型

为弥补 1.2 节宏观衰减模型在散射路径随机性及接收端几何条件表征方面的不足,本文构建了基于加权生存与路径积分的多重散射光子追踪模型。如图 3 所示,该模型不再将降雨信道等效为连续均匀介质,而是将其视为离散随机介质,其中雨滴作为随机分布的离散散射体。模型采用蒙特卡洛随机抽样方法,通过迭代更新光子在信道中的传播步长与散射方向,重建其在多重散射条件下的传输轨迹,并依据探测器视场角与接收孔径等几何约束,筛选并统计可被接收的光子事件。在此基础上,模型通过生存权值的递推更新来刻画吸收与散射衰减效应,并利用路径积分对所有满足接收条件的路径贡献进行累加,最终获得信号光子到达探测端的全路径联合概率。

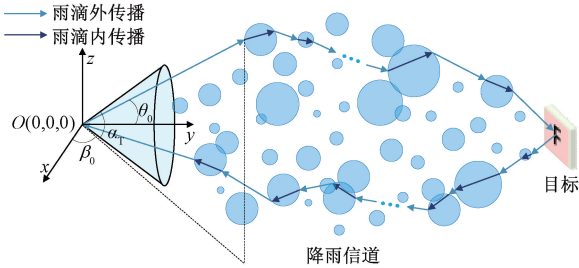


图 3 降雨条件下光子传播模型

Fig. 3 Photon propagation model under rainfall conditions

模型将信号光束视为大量独立信号光子的集合,在图 3 所示的直角坐标系中,设发射端位于原点 O ,待成像目标位于距离 L 处;信号光束发散角为 α_T , SPD1 的接收视场角为 α_R 。记信号光子出射的初始方位角为 θ_0 ,初始自由程为 s_0 ,初始偏转角为 β_0 。第 i 次散射发生的位置为 Φ_i ,其对应的散射方位角、自由程和偏转角分别为 θ_i 、 s_i 和 β_i 。

在上述几何与状态变量定义基础上,为建立可复现的蒙特卡洛抽样规则,首先需确定光子初始方向的统计分布,以此作为路径追踪的起点。考虑到经准直与扩束后的发射光束在光轴附近具有近似的旋转对称性,且在小发散角 α_T 条件下,光子出射方向在该发散锥体内可视为无优先取向的随机分布。基于此旋转对称性与等立体角假设,设初始方位角 θ_0 在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布,同时令初始方向在 α_T 所限定的锥体内满足均匀立体角分布,由此可得初始的方位角和偏转角的联合概率密度函数:

$$f_{\Omega}(\theta_0, \beta_0) = \begin{cases} \frac{\sin \theta_0}{2\pi [1 - \cos(\alpha_T)]}, & 0 \leq \theta_0 \leq \alpha_T/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{4}$$

在确定初始方向后,需进一步抽样确定光子在介质中首次发生散射或吸收的位置,即生成相邻两次相互作用间的随机自由程。由于雨滴在空间中随机分布,光子

与雨滴发生碰撞的过程可视为泊松过程,其相邻事件间的步长服从指数分布。因此,光子两次相互作用之间的随机自由程 s 服从参数为雨滴消光系数 k_e 的指数分布,其值可通过对应的累积分布函数进行反函数抽样得到:

$$s = -\frac{\ln \xi}{k_e} \quad (5)$$

其中, ξ 为区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数。

确定相互作用位置后,需更新光子散射后的传播方向,即确定散射方位角 θ_i 的统计分布。雨滴对近红外波段光子的散射以前向散射为主,直接采用 Mie 散射计算散射角分布虽更精确,但计算代价较高且不利于大样本路径统计。为在保持前向散射特征的同时降低计算复杂度,本文采用 H-G (Henyey-Greenstein) 相函数^[22]对散射方位角分布进行近似:

$$f_{\text{HC}}(\theta_i) = \frac{(1 - g^2)}{(1 + g^2 - 2g \cdot \cos \theta_i)^{1.5}} \quad (6)$$

其中, g 为不对称因子,取值范围为 $0.7 \sim 0.9$,用于度量散射的前向性强弱。

除位置与方向外,多重散射过程中的吸收损耗会导致光子能量衰减,使得不同路径对最终接收概率的贡献不同。若在每次吸收事件发生时直接终止光子轨迹,将导致有效样本数迅速减少,统计方差增大。为提高抽样效率,本文采用 Poole 等^[23]提出的统计加权思想,通过生存权值 W 的递推更新来等效表征吸收损耗的累积效应。具体而言,信号光子在到达 SPD1 前,可能经历零次或若干次与雨滴的碰撞。每次碰撞均为独立事件,其结果分为吸收与散射两种,概率分别为 $\frac{k_a}{k_e}$ 和 $\frac{k_s}{k_e}$,其中, k_s 和 k_a 分别为散射系数和吸收系数。设光子初始权值 $W_0 = 1$,每次散射后,其权值按单次散射反照率 $\omega = \frac{k_s}{k_e}$ 进行更新:

$$W_i = W_{i-1} \times \omega \quad (7)$$

设定一个光子权值湮灭阈值 γ 。当光子权值 $W_i < \gamma$ 或其传播方向超出发射光束发散角 α_r 与接收端视场角 α_R 所限定的角域范围时,认为该光子湮灭,并终止其轨迹追踪。

在完成路径的空间、方向及权值更新后,还需引入探测端的接收判据,以判定该光子是否满足 SPD 的接收条件。信号光子照射待成像目标后,回波光子在返回过程中可能经历多次散射。若其最终能被 SPD1 成功接收,则其最后一次散射后的传播方向与探测器光轴之间的夹角 σ 必须小于探测器半视场角 $\frac{\alpha_R}{2}$,即 $\sigma \leq \frac{\alpha_R}{2}$ 。为此,定义指示函数 A_i 用于判断光子在第 i 次散射后其传播方向是否满足该视场角判据:

$$A_i = \begin{cases} 1, & \sigma \leq \frac{\alpha_R}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

式(8)定义的指示函数仅实现了对信号光子是否落入探测器接收角域的二元判定。为将该判定纳入全路径概率计算,还需构造信号光子在第 i 次散射后满足接收条件时的接收概率表达式,使其作为后续路径积分的被积项。为此,综合考虑散射权重 W_i 、散射相函数 $f_{\text{HC}}(\theta_i)$ 及几何衰减等因素,光子在第 i 次散射后被 SPD1 接收的概率 P_{li} 为:

$$P_{li} = \omega \cdot U_s(s_i) \cdot f_{\text{HC}}(\theta_i) \cdot 2\pi \left[1 - s_i \left(s_i^2 + \frac{S}{\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \cdot A_i \quad (9)$$

其中, $U_s(s_i) = \exp(-k_e s_i)$ 为光子沿当前方向传播距离 s_i 而未发生任何相互作用的概率; S 为 SPD1 接收光学面积。

式(9)给出了在第 i 次散射后,信号光子沿当前路径被 SPD1 接收的概率。然而,在多重散射条件下,光子到达探测端并被接收可由大量不同的散射路径实现,这些路径在散射位置、步长序列、散射角序列以及权值更新上均存在随机性。为了从统计意义上得到恰好经历次 i 散射后最终被 SPD1 接收的全路径联合概率 P_i ,可通过对式(9)进行积分:

$$P_i = \int \cdots \int \left[\prod_{n=1}^{i-1} \omega \cdot u_s(s_n) f_{\text{HC}}(\theta_n) \right] f_{\Omega}(\theta_0, \beta_0) \times u_s(s_0) p_{li} d\Omega_{i-1} \cdots d\Omega_0 ds_{i-1} \cdots ds_0 \quad (10)$$

其中, $u_s(s_i)$ 为 $U_s(s_i)$ 的概率密度函数; Ω_i 表示光子在第 i 次散射后的传播方向对应的立体角变量。

至此,式(10)给出了降雨条件下信号光子在空间意义上满足视场角与接收口径约束并到达探测端的统计刻画。然而,降雨介质对信号光子的影响不仅限于散射偏折,信号光子在传播过程中还可能多次穿越雨滴内部,折射传播将额外改变其等效光程,从而影响双光子传播格林函数及二阶关联函数的表达。为此,1.4 节在空间可接收概率的基础上,引入雨滴附加光程的统计修正,建立联合光探测概率的修正模型。

1.4 基于 Cauchy-Crofton 定理的联合光探测概率修正

在降雨环境中,信号光子除经历 1.3 节所述由雨滴引起的散射偏折外,还可能以透射方式穿过雨滴内部。由于雨滴折射率高于空气,光子在透射过程中会发生折射,从而引入额外的光程。与导致路径随机化的散射效应不同,这种折射主导的透射过程会系统性地改变信号光路的有效传播长度,进而影响双光子传播格林函数中的相位项与时空关联结构。若不对此附加光程进行修正,将导致有效符合计数降低并恶化成像质量。

在理想情况下,由 II 类 SPDC 过程产生的纠缠双光

子状态^[24]可表示为:

$$|\psi\rangle = \chi \int d\kappa_s d\kappa_l \delta(\kappa_s + \kappa_l) \int d\omega_s d\omega_l \times \\ \delta(\omega_s + \omega_l - \omega_p) \times a^\dagger(\kappa_s, \omega_s) a^\dagger(\kappa_l, \omega_l) |0\rangle \quad (11)$$

其中, χ 是归一化常数; κ_s 和 κ_l 分别是信号光、参考光的频率; ω_s 、 ω_l 和 ω_p 分别是信号光、参考光和泵浦光的波矢; $a^\dagger(\kappa_s, \omega_s)$ 和 $a^\dagger(\kappa_l, \omega_l)$ 分别是信号光路和参考光路中的产生算符。

为刻画两路光子从产生到探测的传播过程, 依据惠更斯-菲涅耳原理^[25], 光场传播特性可由格林函数表征。设信号光路和参考光路的传播格林函数分别为 $g(\kappa_s, \omega_s; h_s, \tau_s)$ 和 $g(\kappa_l, \omega_l; h_l, \tau_l)$, 则式(11)可改写为:

$$\psi(h_s, l_s, \tau_s; h_l, l_l, \tau_l) = \chi \int d\kappa_s d\kappa_l \delta(\kappa_s + \kappa_l) \times \\ \int d\omega_s d\omega_l \delta(\omega_s + \omega_l - \omega_p) g(\kappa_l, \omega_l; h_l, \tau_l) \times \\ e^{-i\omega_s \tau_s} g(\kappa_s, \omega_s; h_s, \tau_s) e^{-i\omega_l \tau_l} \quad (12)$$

其中, h_s 与 h_l 分别为信号光子与参考光子在 SPD1、SPD2 位置处的横向位置矢量; l_s 与 l_l 分别为信号光子、参考光子从 PBS2 到透镜 5、透镜 7 的距离; τ_s 与 τ_l 分别为信号光子、参考光子从 PBS2 到单光子探测器的总飞行时间。

然而, 由于降雨信道仅作用于信号光路, 参考光路可视为不受雨滴介质影响; 相应地, 信号光路在雨滴内部传播将引入附加光程, 使其等效传播长度偏离自由空间情形。

为了在不显著增加计算复杂度的前提下表征信号光子透射穿过雨滴所引入的附加光程, 本文引入 Cauchy-Crofton 定理^[26]对信号光子穿越球形雨滴的几何路径进行平均化修正。该定理指出, 对于半径为 r 的球形雨滴, 其平均弦长 $\bar{l}$ 取决于体积 V_{rain} 与表面积 S_{rain} 之比:

$$\bar{l} = \frac{4V_{\text{rain}}}{S_{\text{rain}}} = \frac{4r}{3} \quad (13)$$

设信号光子在一次穿越雨滴的过程中, 相对于同等几何长度的空气段所引入的等效附加光程为 $(m_{\text{water}} - 1)\bar{l}$ 。若信号光子从发射端到目标并返回至接收端的有效传播过程中与雨滴发生 i 次碰撞, 则累积附加光程为:

$$\Delta L = \sum_{j=1}^i s_j - 2L + (m_{\text{water}} - 1)\bar{l} \cdot i \quad (14)$$

式(14)给出了信号光子在有效传播过程中由多次穿越雨滴所累积的附加光程, 表征了降雨介质对信号光子等效传播长度的扰动。

结合成像系统的物理拓扑结构对格林函数进行具体赋值, 将式(14)所述累计附加光程引入本文系统模型, 构建出纠缠光子成像系统几何关系如图 4 所示, 该系统通过参数化物理距离, 清晰区分了信号光路与参考光路在传输过程中的差异。其中, d_1 为 PBS2 到反射银镜 2 的距离; d_2 为 PBS2 到 SPD2 的距离; D_0 和 $D' (= d_1 + d_2)$

分别为成像系统的物距和像距; f 为成像透镜的焦距, 且满足 $1/f = 1/D_0 + 1/D'$ 。

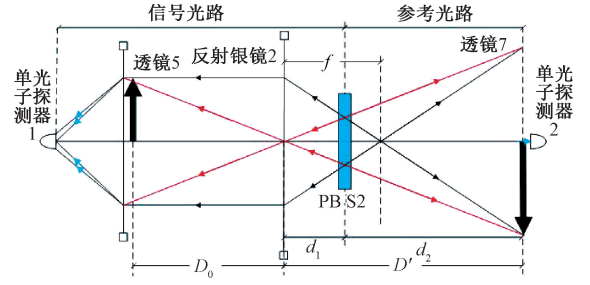


图4 纠缠光子成像几何关系

Fig. 4 Geometric relationship in entangled optical quantum imaging

在信号光路中, 信号光子从 PBS2 出发经过距离 d_1 到达反射银镜 2; 信号光子经反射银镜 2 引导, 穿过降雨区域照射待成像目标, 该阶段距离为 D_0 。随后信号光子通过光收集系统传输至 SPD1 进行探测, 该阶段距离为 D_1 。考虑降雨引入的累积附加光程 ΔL , 信号光子从 PBS2 到 SPD1 的格林函数表示为:

$$g(\kappa_s, \omega_s; h_s, l_1 = d + D + \Delta L) = \\ e^{i \cdot \omega_s \frac{l_1}{c}} \int_{\text{PBS1}} d\mathbf{h}_{s0} \int_{\text{Lens}} d\mathbf{h}_{s1} \times \frac{-i\omega_s}{2\pi c d} e^{i\kappa_s \cdot \mathbf{h}_{s0}} e^{\frac{i\omega_s}{2cd} |\mathbf{h}_{s0} - \mathbf{h}_{s1}|^2} \times \\ e^{-\frac{i\omega_s}{2cd} |\mathbf{h}_{s1}|^2} \frac{-i\omega_s}{2\pi c (D + \Delta L)} e^{\frac{i\omega_s}{2c(D + \Delta L)} |\mathbf{h}_s - \mathbf{h}_{s1}|^2} \quad (15)$$

其中, $D = D_0 + D_1$; h_{s0} 和 h_{s1} 分别为信号光子在 PBS2 与反射银镜 2 平面位置处的横向位置矢量; c 为光速。

在参考光路中, 参考光子从 PBS2 传播至 SPD2 的过程中未经过降雨信道, 其对应的格林函数表示为:

$$g(\kappa_l, \omega_l; h_l, l_2 = d_2) = \frac{-i\omega_l}{2\pi c l_1} e^{i\omega_l \frac{l_2}{c}} \times$$

$$\int_{\text{PBS1}} d\mathbf{h}_{l0} e^{\frac{i\omega_l}{2cl_1} |\mathbf{h}_{l0} - \mathbf{h}_l|^2} e^{i\kappa_l \cdot \mathbf{h}_{l0}} \quad (16)$$

其中, h_{l0} 为参考光子在 PBS2 位置处的横向位置矢量。

将式(15)和(16)代入式(12), 得到两光子的有效双光子波函数:

$$\psi(h_s, h_l) = \frac{i\chi\omega_s^2\omega_l}{8\pi^3 c^3 d \cdot l_1 \cdot (D + \Delta L)} e^{i(\frac{l_s}{\omega_s c} + \frac{l_l}{\omega_l c})} \times$$

$$\int_{\text{PBS1}} d\mathbf{h}_{s0} \int_{\text{Lens}} d\mathbf{h}_{s1} \times \{ e^{i\kappa_s \cdot \mathbf{h}_{s0}} e^{\frac{i\omega_s}{2cd} |\mathbf{h}_{s0} - \mathbf{h}_{s1}|^2} \} \times$$

$$\{ e^{\frac{i\omega_s}{2c(D + \Delta L)} |\mathbf{h}_s - \mathbf{h}_{s1}|^2} \} \int d\kappa_s d\kappa_l \delta(\kappa_s + \kappa_l) \times$$

$$\int_{\text{PBS1}} d\mathbf{h}_{l0} \times e^{\frac{i\omega_l}{2cl_1} |\mathbf{h}_{l0} - \mathbf{h}_l|^2} e^{i\kappa_l \cdot \mathbf{h}_{l0}} e^{-\frac{i\omega_s}{2cd} |\mathbf{h}_{s1}|^2} \quad (17)$$

基于纠缠光子对的空间关联特性可推断,当参考光子与信号光子传播至 PBS 时,其输出平面上任意位置的探测概率均相同。根据 Glauber 二阶光学探测理论^[27],可计算 SPD1 与 SPD2 处光子的联合探测概率。在理想情况下, $\omega_s = \omega_l = \omega$, 信号光子与参考光子在 SPD1、SPD2 处的联合光探测概率可表示为:

$$\Gamma_{1,2} \propto \int d\mathbf{h}_s |A(\mathbf{h}_s)|^2 |\psi(\mathbf{h}_s, \mathbf{h}_l)|^2 = \int d\mathbf{h}_s |A(\mathbf{h}_s)|^2 \text{somb}^2 \left[\frac{r_{\text{lens}} \omega}{c(D + \Delta L)} \left| \mathbf{h}_s + \frac{\mathbf{h}_l}{Y} \right| \right] \quad (18)$$

其中, $|A(\mathbf{h}_s)|$ 为目标孔径函数,表征待成像目标的空间信息; $\text{somb}(x) = \frac{2J(x)}{x}$ 为点扩散函数; Γ 为成像透镜的曲率半径; r_{lens} 为反射银镜2的半径; Y 为成像透镜的光学放大率。

式(18)给出了降雨影响下双光子的联合光探测概率表达式,反映了目标空间信息在成像系统中的理论传递结果。为搭建从上述理论概率到像素点符合计数期望值之间的桥梁,还需完成两个步骤:1)将连续的信号光子到达时间差转化为有限符合时间窗内的有效匹配概率;2)在模型中纳入探测器暗计数与背景噪声等实际因素。基于此,下文将建立完整的符合计数修正统计算法。

1.5 基于时间失配的符合计数修正算法

为最终获得可用于图像重构的符合计数,需基于式(18)的联合光探测概率进一步刻画时域失配效应,并建立包含噪声的统计模型。由式(15)可得,累积附加光程 ΔL 引起的信号光路的额外传播时延为:

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{c} \quad (19)$$

该时延会破坏纠缠光子对之间的相对时间同步性,从而降低二者在有限符合门宽内被同时探测到的概率,最终减少可用于图像重构的有效符合样本数。为将此时域失配效应纳入最终的符合事件判定,本文将连续的时间轴离散化为宽度为 $\bar{\omega}$ 的时隙,并以两路 SPD 响应落入同一时隙作为有效符合判据。在此基础上,引入时间匹配效率因子 η_{delay} ,用于表征纠缠光子对在时间窗 $\bar{\omega}$ 内保持时域同步的概率。

在 1.3 节的光子追踪模型中,信号光子满足视场角与接收口径约束的空间可接收概率已由式(10)给出。若进一步考虑降雨引起的光程时延,则信号光子同时满足空间几何约束与时域同步约束的联合有效探测概率为:

$$P_{\text{det}} = \eta_{\text{delay}} \sum_{i=0}^{\infty} P_i \quad (20)$$

其中, $\eta_{\text{delay}} = \int_{-\bar{\omega}/2}^{\bar{\omega}/2} p_{\Delta}(\tau_a) d\tau_a$; $p_{\Delta}(\cdot)$ 为信号光子与

参考光子相对到达时间差 τ_a 的概率密度函数。式(20)将附加光程导致的时间失配效应纳入探测概率建模之中。反映了信号光子同时满足空间可接收性与时域同步性的联合有效探测概率。

为建立符合计数的统计表达,假设在第 j 个时隙 t_j 内产生 q 对纠缠光子对,基于各光子对产生独立且信号光子至多被探测一次的前提,每对光子在该时隙内的探测结果可视为伯努利试验,其成功概率由式(20)给出。因此在该时隙内探测到 k 个信号光子的事件 K 服从二项分布^[28]。由此,信号光路 SPD1 在该时隙内至少响应一次的概率为:

$$P_s[K \geq 1] = 1 - (1 - P_{\text{det}})^q \quad (21)$$

其中,当 q 较大且 P_{det} 较小时,可利用泊松极限近似 $(1 - P_{\text{det}})^q \approx e^{-qP_{\text{det}}}$,将式(21)简化为:

$$P_s[K \geq 1] = 1 - (1 - P_{\text{det}})^q \approx 1 - e^{-qP_{\text{det}}} \quad (22)$$

式(22)仅考虑了纠缠光子引起的信号响应。还需考虑探测器暗计数与背景光噪声的影响。设单光子探测器的综合量子效率 η 、暗计数率 N_d ,及背景噪声光子到达率 N_b 。在时隙宽度 $\bar{\omega}$ 内,暗计数与背景噪声光子进入 SPD 的数量均服从泊松分布^[29],其至少一次触发 SPD 响应的概率分别为: $(1 - e^{-N_d \bar{\omega}})$ 和 $(1 - e^{-N_b \bar{\omega}})$ 。引入噪声项后,信号光路探测概率可修正为:

$$P_s = \eta(1 - e^{-qP_{\text{det}} - N_b \bar{\omega}}) + (1 - e^{-N_d \bar{\omega}}) \quad (23)$$

式(23)表示信号光路在单个时隙内产生有效响应的总概率,反映了降雨环境下有效信号光子、暗计数和背景噪声共同作用于探测端的统计结果。

同理,参考光路未受降雨信道影响,其在第 j 个时隙内,至少探测到一个参考光子或噪声光子的概率可写为:

$$\begin{cases} P_l = \eta P_r + (1 - e^{-N_d \bar{\omega}}) \\ P_N = \eta(1 - e^{-N_b \bar{\omega}}) + (1 - e^{-N_d \bar{\omega}}) \end{cases} \quad (24)$$

其中, P_r 为参考光路的单个光子探测概率。式(24)给出了参考光路在单个时隙内的有效响应概率。

在纠缠光子成像中,空间关联信息通过符合计数提取。在成像平面的像素点 (x, y) 处,若两个探测器在同一符合时间窗口内均产生有效响应,则记录为一次符合事件。基于式(24)所示的概率模型,该像素点的期望符合计数值为:

$$C(x, y) = N_q T (P_s P_l + P_l P_N - P_l^2 P_s P_N) \quad (25)$$

其中, N_q 为自发参量下转换的纠缠光子对数的产生率, T 为探测时间。式(25)将前述空间传播、时域匹配及噪声探测结果统一映射为成像平面单个像素点的期望符合计数值,该值为后续构建符合计数峰值矩阵并完成图像重构的依据。

最后,遍历扫描所有空间位置,将所有像素的符合计数值按空间位置排列,即可得到一个 $X \times Y$ 的符合计数峰值矩阵:

$$C = \begin{bmatrix} C(1,1) & C(1,2) & \cdots & C(1,Y) \\ C(2,1) & C(2,2) & \cdots & C(2,Y) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(X,1) & C(X,2) & \cdots & C(X,Y) \end{bmatrix} \quad (26)$$

该矩阵即为重构后的目标物体灰度图像,直观反映了降雨散射条件下目标的能见度分布。

2 仿真结果与分析

为验证本文所提量子成像方法的有效性,实验选择字母“F”作为待成像目标,尺寸设定为 $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$,图像像素分辨率设定为 50×50 。为客观、定量地评估成像质量,并避免依赖主观视觉判断,本文选取峰值信噪比 (peak signal-to-noise ratio, PSNR) 与均方根误差 (root mean square error, RMSE) 作为核心评价指标。其中,PSNR 用于衡量图像有效信息与噪声的比率,其值越高,表示失真度越小;RMSE 则反映重构图像与原始图像的像素误差,其值越低,表示成像质量越好。因此,成像图像与真实图像越接近时,RMSE 值越低,而 PSNR 值越高。为了评估降雨环境对纠缠光子成像系统的影响,仿真参数设置如下:降雨强度 R 分别设定为 0.1、2.55、8.75、18.75 和 62.5 mm/h,覆盖从毛毛雨到暴雨的典型降雨条件;目标距离 L 设定为 1~5 m。由于散射效应的变化与降雨强度和目标距离的变化直接相关,即降雨强度较大或目标距离较远时,发生散射事件的概率更高,进而削弱纠缠光子对之间的时空关联特性,降低了有效光子接收概率。此外,其他仿真参数包括:单像素曝光时间 (single-pixel exposure time, SPET) 为 0.25~2.25 s, $\eta = 50\%$ 、 $N_d = 500 \text{ Hz}$ 、 $N_b = 5 \text{ kHz}$ 和 $\bar{\omega} = 1.5 \text{ ns}$ 。

2.1 信道特性分析

为定量刻画降雨散射介质对纠缠光子成像链路的影响,本节基于雨滴粒径分布与消光特性,分别从介质宏观参数、路径衰减规律以及接收光子数分布 3 个层面展开分析。首先,依据 MP 雨滴粒径分布与消光系数计算模型,得到不同降雨强度下的等效消光系数变化趋势;其次,通过对比经典 Lambert-Beer 定律与本文所建光子追踪模型对路径衰减的预测差异;进一步,结合传输距离与降雨强度参数,给出探测端可接收光子数的统计分布,从而为后续成像质量退化分析提供依据。

图 5 展示了消光系数 k_e 随 R 增大的变化规律。可以看出, k_e 随 R 的增加呈现显著单调上升趋势,且具有

明显非线性特征。随着 R 增大,单位体积内的雨滴数密度升高,同时粒径分布中大尺寸雨滴的占比也随之提升,共同导致单位传播距离内散射事件的发生概率增大,信道整体衰减明显加剧。该结果说明,在强降雨条件下,光子平均自由程明显缩短,路径损耗呈指数累积,进而使可用于成像的有效信号光子数量大幅降低,系统对 SPET 及背景噪声等因素的敏感度也随之提高。

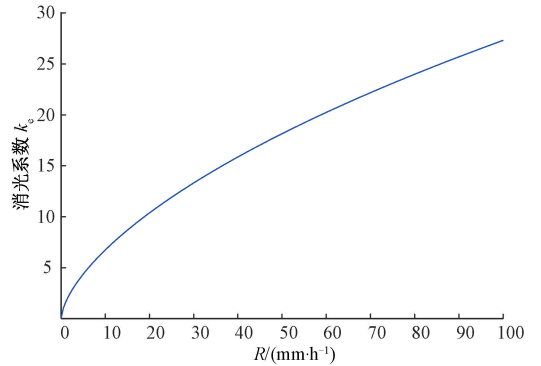


图 5 降雨强度与消光系数的关系

Fig. 5 Relationship between rainfall intensity and extinction coefficient

图 6 对比了传统的 Lambert-Beer 定律与本文构建的光子追踪模型在不同传输距离及 R 下的链路衰减特性。图 6(a) 展示了 Lambert-Beer 定律所预测的路径衰减随传输距离与 R 的变化。该定律将所有与雨滴发生相互作用的光子均视为完全损耗,仅计入未发生散射的直达光子,因而无法描述多次散射过程中部分光子仍可能进入探测器视场的物理过程。

相比之下,图 6(b) 所示的光子追踪模型在光子层面引入了自由程随机抽样、散射相函数与权重迭代更新机制,并结合发射光束发散角、接收视场与孔径等几何约束对可接收事件进行统计筛选。因此,二者在预测结果上呈现系统性差异:在短距离或弱降雨条件下,散射次数有限,直达光子占主导,光子追踪模型与 Lambert-Beer 的衰减估计较为接近;而在长距离与强降雨条件下,多重散射效应显著增强,在前向散射主导的模式中,部分光子经过多次散射后仍可能落入接收视场,光子追踪模型因此给出相对更低的等效链路衰减。这一差异导致图 6(c) 中两模型预测结果在强降雨、远距离区域表现出显著偏差。

图 7 展示了经降雨信道传输后能够被 SPD 有效接收的光子数随传输距离与降雨强度 R 的变化关系。整体而言,接收光子数对传输距离和降雨强度均表现出显著的依赖关系。在固定 R 下,随着传输距离增加,有效接收光子数持续降低;无论是增大传输距离还是提升 R ,均会导致接收光子数呈现指数衰减趋势。该趋势与图 5 所

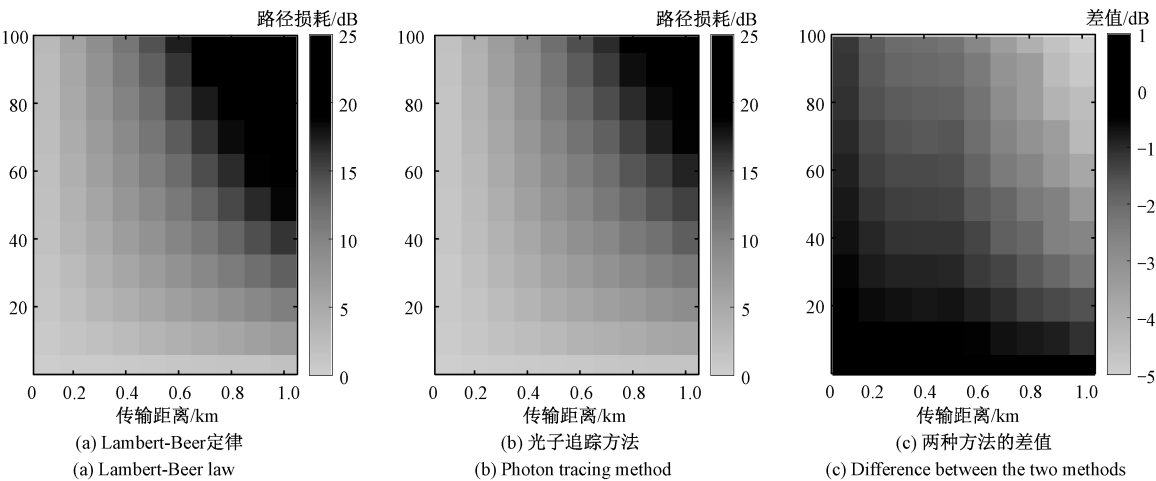


图 6 路径损耗与传输距离、降雨强度的关系

Fig. 6 Relationship between path loss, transmission distance and rainfall intensity

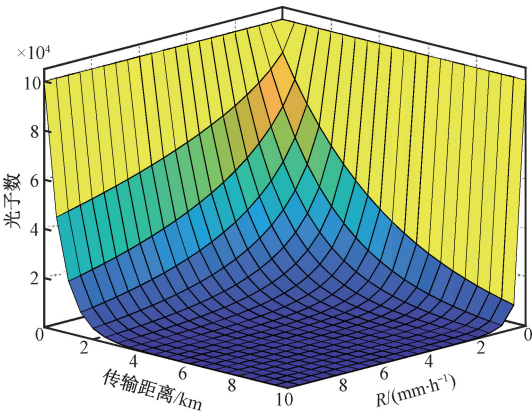


图 7 光子数与传输距离、降雨强度的关系

Fig. 7 Relationship between photon count, transmission distance and rainfall intensity

示的消光系数非线性增长以及图 6 呈现的路径损耗累积规律高度一致,从而验证了各模型在物理描述上的内在自洽性。更重要的是,图 7 从光子计数的角度揭示了后续成像质量退化的直接原因:当有效接收光子数降至较低水平时,逐点扫描成像过程中单个像素在有限 SPET 内所能累积的有效统计量不足,导致暗计数与背景噪声更容易掩盖真实的关联信号,进而引起图像对比度降低、背景噪声凸显以及结构细节丢失。从统计光学角度分析,接收端光子通量的下降会使探测过程更易受散粒噪声主导,在有限 SPET 内光子到达事件的统计涨落相对增强,从而导致关联信号估计的信噪比下降,重建图像表现为噪声显著增加、高频细节严重衰减。上述分析为后文通过延长 SPET 以累积有效统计量、提升系统整体光子接收率的补偿策略提供了清晰的物理与统计依据。

2.2 降雨强度对成像结果的影响

本节主要分析不同降雨强度 R 和 SPET 对纠缠光子量子成像质量的影响。仿真中,目标距离 L 设定为 2.5 m,降雨强度 R 覆盖 0.1~62.5 mm/h,SPET 覆盖 0.25~2.25 s。

图 8 展示了不同参数下的 QI 结果。从横向(降雨强度方向)对比可见,随着 R 增大,成像质量呈现系统性退化。在毛毛雨($R=0.1$ mm/h)条件下,目标“F”笔画连续且背景干净;而在暴雨($R=62.5$ mm/h)条件下,背景噪声显著增强,目标区域出现局部断裂与细节缺失。其主要原因是 R 的增加导致信道 k_e 上升与多重散射概率提高,显著降低了信号光子的有效探测概率。从纵向(曝光时间方向)对比来看,延长 SPET 能显著提升成像的可辨

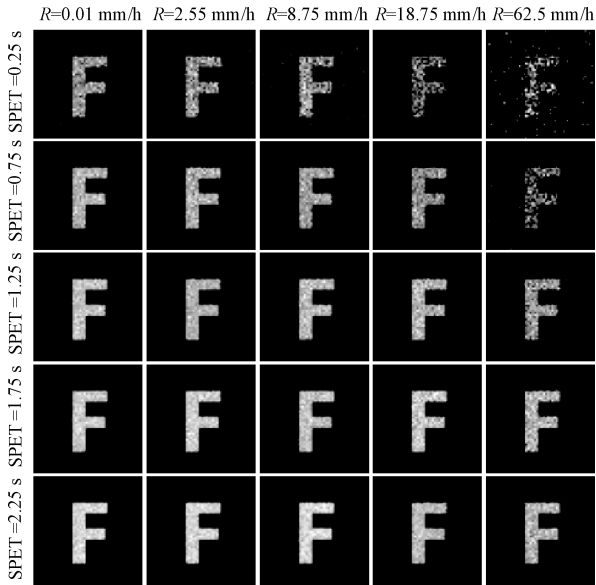
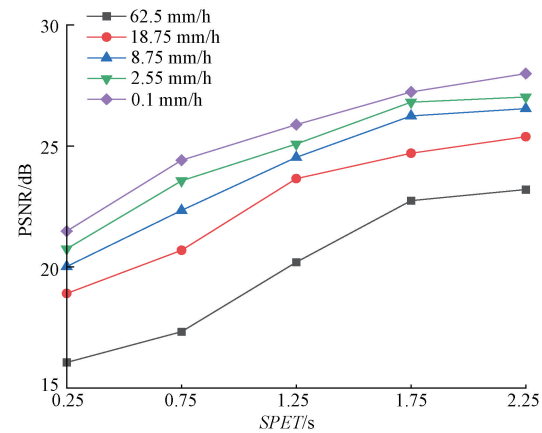


图 8 不同 SPET 和不同降雨强度下的 QI 结果

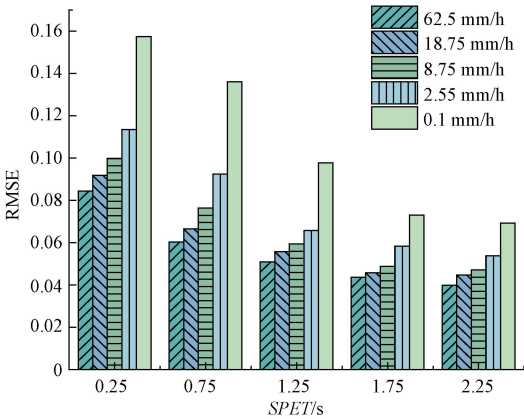
Fig. 8 QI results under different SPET and rainfall intensities

识度。当 $SPET=0.25\text{ s}$ 时,由于单像素累积的光子数有限,各 R 下的图像均表现出结构模糊、信噪比偏低;随着 $SPET$ 增加至 2.25 s ,目标结构逐渐清晰,边缘对比度得到明显改善。这归因于在逐点扫描成像模式下,较长的 $SPET$ 可使单像素接收的有效信号光子数得到充分累积,从而提升系统的整体信噪比。

为更精确地刻画图(8)中的图像质量随参数的变化规律,图9展示了PSNR和RMSE随SPET和 R 的变化趋势。



(a) 不同SPET和不同降雨强度下的QI的PSNR变化
(a) Variation of PSNR of QI under different SPET and rainfall intensities



(b) 不同SPET和不同降雨强度下的QI的RMSE变化
(b) Variation of RMSE of QI under different SPET and rainfall intensities

图9 不同SPET和不同降雨强度下的QI的PSNR和RMSE变化

Fig. 9 Variation of PSNR and RMSE of QI under different SPET and rainfall intensities

如图9(a)所示,PSNR随SPET的延长而增大,随 R 的增加而减小。从增益效果看,将SPET从 0.25 s 延长至 2.25 s ,PSNR整体提升约 $6.27\sim 7.14\text{ dB}$;尤其在暴雨($R=62.5\text{ mm/h}$)条件下,PSNR提升幅度最大,达 7.14 dB ,表明延长SPET对强散射环境中的图像恢复具

有显著效果。然而,该增益存在边际递减趋势,当 $SPET\geq 1.75\text{ s}$ 后,各 R 下的PSNR增益普遍收敛至 $0.21\sim 0.76\text{ dB}$,呈现出明显的饱和特性。此外,随着 R 增大,PSNR值整体下降;尽管较长的SPET可在一定程度上缓解由强降雨引起的质量恶化,但仍无法完全补偿信道散射导致的系统性性能损失。如图9(b)所示,RMSE随着SPET的增加而下降。当SPET从 0.25 s 增至 2.25 s 时,各降雨条件下的RMSE降幅均超过50%,表明长SPET对累积统计量、抑制成像误差具有显著作用。同时,较长的SPET能够有效降低成像误差对 R 变化的敏感度,使不同 R 下的RMSE差异逐渐减小。

2.3 目标距离对成像结果的影响

本节进一步分析目标距离 L 与SPET对成像质量的影响。仿真设定 R 为 8.75 mm/h , L 从 1 m 变化至 5 m ,SPET从 0.25 s 变化至 2.25 s 。如图10所示,成像质量受 L 与SPET的共同制约。在固定SPET下,随着 L 增加,图像背景噪声增强,目标“F”的笔画呈现从完整到粗糙、再到局部断裂的退化过程。特别是在 $SPET=0.25\text{ s}$ 的短曝光条件下,尽管在 $L=1\sim 3\text{ m}$ 时仍可辨识目标轮廓,但在 $L\geq 4\text{ m}$ 时,由于光信号在长距离传播中衰减加剧以及信号光子因散射大量损失,探测器接收到的有效信号光子密度显著降低,导致目标细节严重缺失。

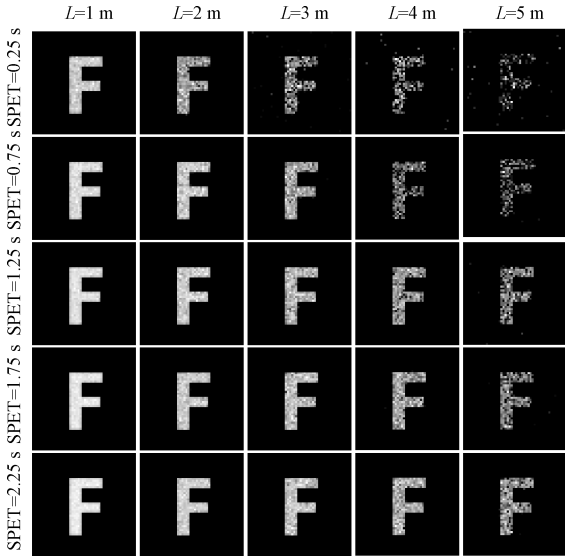


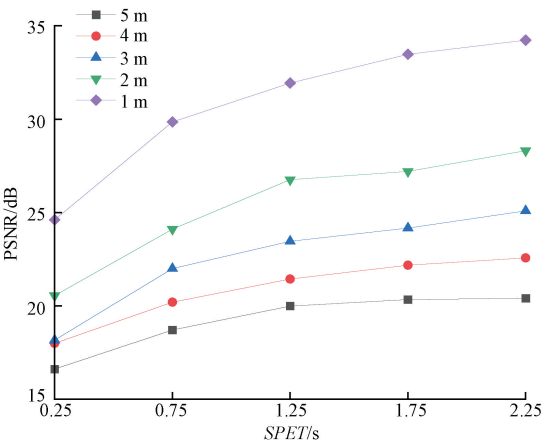
图10 不同SPET和不同距离下的QI结果

Fig. 10 QI results under different SPET and distances

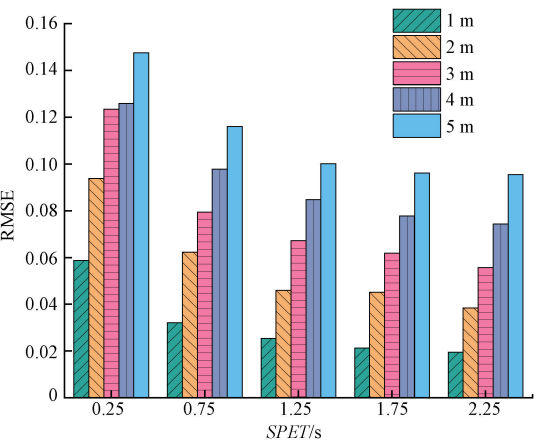
在固定 L 条件下,增加SPET可显著改善图像质量。当 $L=5\text{ m}$ 时,随着SPET从 0.25 s 逐步增加至 2.25 s ,背景中的随机噪声得到有效抑制,目标结构逐渐从断裂状态重组并趋于清晰。当 $SPET\geq 1.75\text{ s}$ 时,虽然目标边缘仍存在轻微模糊,但其整体结构已基本恢复,不仅实现了从不可辨识到可辨识的质量跃迁,而且图像对比度显著

提升。因此,图 10 直观表明,延长 SPET 是通过累积有效光子统计量来补偿信道衰减的一种有效手段;尤其在远距离、弱信号条件下,长曝光对重建目标的高频细节具有关键作用。

如图 11(a)所示,PSNR 随目标距离 L 增加呈单调下降趋势,且表现出明显的分段特征。结果表明,在 L 从 1 m 增至 2 m 的区间内,PSNR 下降约 5~6 dB;随着 L 进一步增加,下降幅度逐渐收敛。这一现象源于 L 增大同时引入了光束几何扩散、有效回波概率降低,这些因素共同导致有效符合计数减少、重建误差增大,最终表现为 PSNR 下降。在固定 L 条件下,PSNR 随 SPET 增加而提升,但提升效果并非均匀分布,增益主要集中于从较短曝光到中等曝光的区间。



(a) 不同SPET和不同距离下的QI的PSNR变化
(a) Variation of PSNR of QI under different SPET and distances



(b) 不同SPET和不同距离下的QI的RMSE变化
(b) Variation of RMSE of QI under different SPET and distances

图 11 不同 SPET 和不同距离下的 QI 的 PSNR 和 RMSE 变化

Fig. 11 Variation of PSNR and RMSE of QI under different SPET and distances

与此同时,如图 11(b)所示,在任意目标距离 L 下, RMSE 随 SPET 增加逐渐下降,且当 SPET 超过 1.75 s 后

下降趋势减缓。这是由于系统累积的信号光子与噪声光子数量同时增加,真实关联光子对与噪声的区分难度随之增大;此外,噪声光子数上升也会导致偶然符合事件增多,从而制约成像质量的进一步提升。在固定 SPET 条件下, L 增加会导致 RMSE 上升。当 SPET = 0.25 s 时, RMSE 从 $L=1$ m 的 0.058 8 升至 $L=3$ m 的 0.123 4,再到 $L=5$ m 的 0.147 6,误差随 L 增加快速累积,且在较远距离端维持在较高水平。这表明在 SPET 较短、有效统计量不足的情况下,传输损耗与回波稀疏性会直接转化为明显的结构误差与背景扰动,从而导致 RMSE 显著增大。尽管提高 SPET 后,由 L 引起的误差上升仍然存在,但整体误差水平显著降低。这说明延长 SPET 虽能有效压低误差基线,但无法完全补偿远距离传播带来的系统性性能退化。

3 实测结果与分析

为验证仿真分析结果,本文根据图 2 在 7.76 m×5 m 暗室环境中搭建了光量子成像实验平台。实验选取具有丰富几何结构的字母“E”作为目标物体,重点研究不同降雨强度与不同目标距离对成像质量的影响,并选取文献[30]中的传统 QI 方法进行对比实验,以验证本文方法在降雨散射条件下的成像性能改进效果。相比传统方法,本文将降雨信道中的多重散射传播、雨滴透射折射引起的附加光程修正、时域同步约束以及噪声统计纳入统一建模框架,从而为降雨环境下纠缠光子量子成像性能分析提供更完整的建模依据。实际搭建的成像光路与目标物体如图 12 所示。

纠缠光源制备模块采用 400 mW 激光器产生波长为 405 nm 的激光作为泵浦光照射 PPKTP 晶体。为保证转换效率,不仅需要控制泵浦光的偏振态,还需控制 PPKTP 的温度。经 SPDC 过程产生共线的 810 nm 纠缠光子对,随后通过 PBS 分为信号光子和参考光子。信号光子经过成像透镜照射待成像目标,该目标放置在距离偏振分束器 1 m 处;透射后的信号光子经汇聚透镜由光纤准直器收集至 SPD1。参考光子则经过 DMD 后由 SPD2 接收,其中 DMD 用于替代传统机械光纤完成二维平面扫描。主要设备参数如表 2 所示。

实验条件与参数设置如下:降雨环境由喷淋装置模拟,喷淋区域布置于待成像目标前方。实验中通过调节喷淋装置的供水状态和喷淋强度来构造不同降雨条件,以验证所提方法在降雨散射条件下的成像性能变化。符合时间窗宽度设定为 1.5 ns, SPET 选取为 1.25 s, DMD 采用扫描步长为 1 个像素的逐点扫描方式。每组实验条件下进行 10 次重复实验,并选取出最优成像结果。

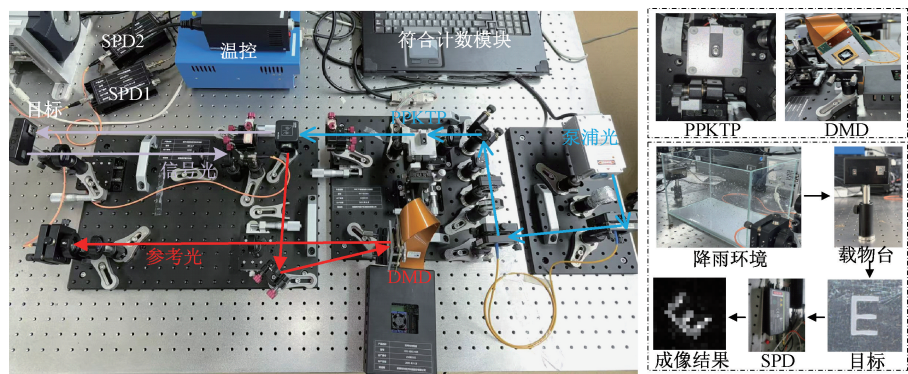


图 12 纠缠光子量子成像系统

Fig. 12 Entangled photon quantum imaging system

表 2 主要设备参数

Table 2 Main equipment parameters

设备名称	设备参数
PPKTP(含温控)	II 型 SPDC;405~810 nm;极化周期;10.025 μm
	尺寸;1 mm×2 mm×5 mm
SPD	相位匹配温度;30℃~60℃
	温控精度;0.01℃
SPD	关联光子对数;>5 kHz/mW
	探测效率;>60%
SPD	暗记数;<500 Hz
	饱和计数;35 MHz
时间数字转换器	单光子时间分辨率;350 ps
	时间测量范围;32 ms
时间数字转换器	时间测量精度;10 ps
	触发方式;上升或下降沿
时间数字转换器	最小触发脉冲宽度;>1 ns
	死时间;≤20 ns
DMD	最大计数值; 2^{32}
	参考时钟输入;10 MHz;
DMD	分辨率;1 024×768
	镜元尺寸;10.8 μm
DMD	波段;可见光
	最大帧频;32 552 Hz

表 3 对比了本文方法与已有方法在成像退化等方面的性能。

由表 3 可知,不同方法在建模对象上存在明显差异。其中,传统 QI 方法主要关注符合测量下的图像重构,动态散射矫正方法着重于动态散射介质条件下的成像退化补偿,双步符合计数方法则聚焦符合计数优化过程。而本文方法面向降雨散射信道,联合考虑了多重散射传播、附加光程变化、时域同步约束及噪声统计分布对成像结果的影响。为验证所提方法的性能优势,图 13 对比了

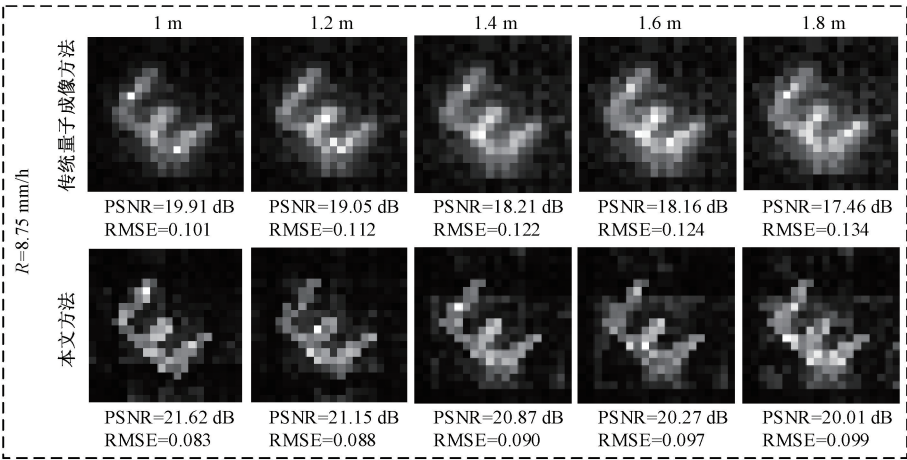
表 3 不同方法在成像退化等方面的性能比较

Table 3 Performance comparison of different methods in imaging degradation and other aspects

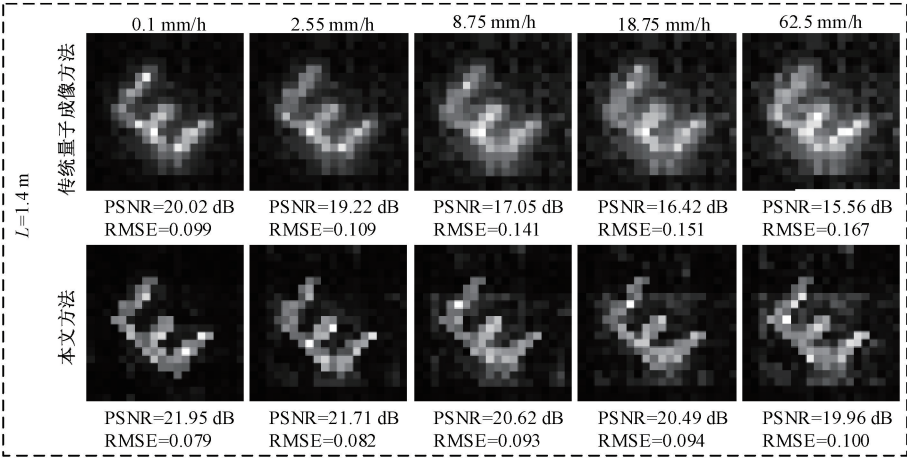
不同方法	建模对象	是否考虑多重散射	是否考虑时域失配	是否引入噪声统计	是否进行实验验证
传统 QI 方法 ^[30]	理想条件下的符合计数重构过程	否	否	否	是
动态散射矫正方法 ^[13]	动态散射介质引起的成像退化过程	是	否	否	是
双步符合计数方法 ^[30]	符合计数过程的分步判决与统计	否	否	否	是
本文方法	降雨散射信道下的双光子传播与符合计数优化过程	是	是	是	是

传统 QI 方法与本文方法的成像结果。

图 13(a)展示了在固定降雨强度 $R=8.75\text{ mm/h}$ 条件下, L 从 1 m 增加至 1.8 m 时的成像结果。由图 13(a)可知,本文方法得到的最优成像结果的 PSNR 值为 21.62 dB(其中,全距离成像结果的平均 PSNR 值为 20.784 dB),而传统 QI 方法得到的最优结果的 PSNR 值为 19.91 dB(其中,全距离成像结果的平均 PSNR 值为 18.558 dB),由此可以验证本文方法的优势。此外,受限于信号光子在传输过程中的几何扩散与散射损耗,两种方法的成像质量均随距离增加而下降,表现为图像颗粒感增强,PSNR 数值降低。尽管在近距离范围内传统 QI 成像方法在信噪比指标上表现尚可,但本文方法在整个测试距离内均能清晰重构出目标字母“E”的三横一竖结构特征,未出现目标丢失或明显形变,显示出更稳定的成像能力。



(a) 不同距离对传统QI及本文方法的影响
(a) Effects of different distances on conventional QI and proposed methods



(b) 不同降雨强度对传统QI及本文方法的影响
(b) Effects of different rainfall intensities on conventional QI and the proposed methods

图 13 不同距离和降雨强度对传统 QI 及本文方法的影响

Fig. 13 Effects of different distances and rainfall intensities on conventional QI and proposed methods

图 13(b) 为在固定 L 条件下, R 从 0.1 mm/h 变化至 62.5 mm/h 时的实测成像结果对比。由图 13(b) 可知, 传统 QI 方法在所测试的降雨强度范围内得到的最优 PSNR 值和平均 PSNR 值分别为 20.02 和 17.654 dB, 本文成像方法的最优 PSNR 值和平均 PSNR 值分别为 21.95 和 20.946 dB, 均优于传统方法, 从而体现了本文方法的优越性。此外, 从图像表现来看, 随着 R 的增加, 传统 QI 方法的成像质量显著下降, 尤其在 $R=62.5$ mm/h 的强散射条件下, 传统 QI 方法重构的图像中背景噪声显著增强, 目标字母“E”的边缘严重模糊, 结构难以辨识。相比之下, 本文方法表现出良好的抗散射干扰能力, 即使在暴雨条件下, 重建图像仍能保持较为干净的背景, 目标的整体拓扑结构与边缘细节均得到较好保留。

量化评估结果进一步验证了上述结论。如图 13(b)

所示, 在 $R=0.1$ mm/h 的毛毛雨条件下, 本文方法的 PSNR 达到 21.95 dB, 优于传统 QI 方法的 20.02dB。随着 R 增大, 二者的性能差距进一步扩大。在 $R=62.5$ mm/h 的条件下, 传统 QI 方法的 PSNR 下降至 15.56 dB, 而本文方法仍保持在 19.96 dB, 性能优势达 4.4 dB; 同时, RMSE 也从传统 QI 方法的 0.167 显著降低至 0.1。这一结果充分表明, 本文方法能有效抑制雨滴散射引入的噪声, 在恶劣气象条件下具备更强的成像鲁棒性。

4 结 论

针对降雨散射信道导致的路径衰减加剧、多重散射偏折、附加光程变化及到达时间失配等问题, 本文提出一种面向降雨散射信道下纠缠光子成像的符合计数优化

方法。该方法基于纠缠光子对的时空关联特性,结合 MP 雨滴粒径谱与 Mie 散射理论,建立基于加权生存与路径积分的多重散射光子追踪模型,在接收视场与接收孔径的几何约束下估计信号光子的空间可接收概率;进一步引入 Cauchy-Crofton 定理,对雨滴内传播引入的附加光程进行几何统计修正,构建同时满足空间几何与时域同步约束的联合探测概率模型,从而实现目标图像的高质量重构。仿真与实验结果表明,与传统 QI 方法相比,所提方法在强降雨条件下可有效抑制背景噪声并提升结构保真度,PSNR 提高约 4.4 dB, RMSE 降低约 40%,体现了在恶劣气象条件下良好的成像稳健性。后续研究将面向雨雾混合介质等更复杂气象环境,进一步探索其对成像性能的影响机制,并致力于提升系统的环境适应性与实时成像能力。

参考文献

- [1] SCHRÖDINGER E. Quantisierung als eigenwertproblem[J]. Annalen der Physik, 1926, 385(13): 437-490.
- [2] EINSTEIN A, PODOLSKY B, ROSEN N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? [J]. Physical Review, 1935, 47(10): 777.
- [3] MA J Y, REN J L, ZHANG J H, et al. Quantum imaging using spatially entangled photon pairs from a nonlinear metasurface[J]. eLight, 2025, 5(1): 2.
- [4] DEFLENNE H, BOWEN W P, CHEKHOVA M, et al. Advances in quantum imaging[J]. Nature Photonics, 2024, 18(10): 1024-1036.
- [5] 周牧, 胡钟尹, 王勇, 等. 基于压缩感知的快速纠缠光子成像方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(9): 137-145.
ZHOU M, HU ZH Y, WANG Y, et al. Fast entangled optical quantum imaging method based on compressed sensing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(9): 137-145.
- [6] MAVIAN A, XU Y, LI CH, et al. Fast quantum ghost imaging with a single-photon-sensitive time-stamping camera[J]. Optics Letters, 2025, 50(2): 594-597.
- [7] NOTHLAWALA F, MOODLEY C, GOUNDEN N, et al. Quantum ghost imaging by sparse spatial mode reconstruction [J]. Advanced Quantum Technologies, 2025, 8(5): 2400577.
- [8] CAO J Y, NIE W, ZHOU M. An entangled quantum imaging method based on photon capture probability in weak-turbulence environment [C]. Proceedings of the 29th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking, 2023: 1-3.
- [9] 陈熙源, 戈明明, 姚志婷, 等. 雨雪天气下的激光雷达滤波算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(7): 172-181.
CHEN X Y, GE M M, YAO ZH T, et al. Research on LiDAR filtering algorithm for rainy and snowy weather[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(7): 172-181.
- [10] ESO E, SIMMONS C, BULLER G S, et al. Impact of visibility limiting conditions on satellite and high-altitude platform quantum key distribution links [J]. Optics Express, 2024, 32(15): 26776-26792.
- [11] SEKGA C, MAFU M. Measurement device-independent quantum key distribution with vector vortex modes under diverse weather conditions[J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 14931.
- [12] 赵宇婕, 张秀再, 张薇薇. 降雨对量子干涉雷达探测性能的影响[J]. 量子光学学报, 2024, 30(3): 100-108.
ZHAO Y J, ZHANG X Z, ZHANG W W. Effect of rainfall on detection performance of quantum interference radar[J]. Journal of Quantum Optics, 2024, 30(3): 100-108.
- [13] SONG Q, LIU Q H, CHEN W. High-resolution ghost imaging through dynamic and complex scattering media with adaptive moving average correction [J]. Applied Physics Letters, 2024, 124(21): 211104.
- [14] LIN H K, LUO CH L. Demonstration of computational ghost imaging through fog [J]. Optics & Laser Technology, 2025, 182: 112075.
- [15] 郑小钰, 董祉序, 杨赫然, 等. 基于结构光测量技术的 DMD 自适应掩膜生成[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(7): 148-155.
ZHENG X Y, DONG ZH X, YANG H R, et al. DMD adaptive mask generation based on structured light measurement technology [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(7): 148-155.
- [16] 李铁飞, 李伟, 杨峰, 等. 卫星量子通信的光子偏振误差影响与补偿研究[J]. 量子电子学报, 2015, 32(6): 678-685.
LI T F, LI W, YANG F, et al. Polarization error and com-

- pensation in quantum communication using satellites[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2015, 32(6): 678-685.
- [17] 高国强. 雨雾天环境中对激光传输衰减的研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2014.
- GAO G Q. Study of laser propagation and attenuation through the rain and fog environment[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2014.
- [18] 朱嘉悦, 方明, 蔡雅新, 等. 降雨环境中激光偏振传输特性仿真方法[J]. 应用光学, 2025, 46(1): 210-216.
- ZHU J Y, FANG M, CAI Y X, et al. Simulation method for laser polarization transmission characteristics in rainfall environment[J]. Journal of Applied Optics, 2025, 46(1): 210-216.
- [19] 张秀再, 葛羽洁, 翟梦思, 等. 海洋气泡对水下量子通信性能的影响[J]. 光学学报, 2023, 43(18): 259-268.
- ZHANG X Z, GE Y J, ZHAI M S, et al. Influence of ocean bubbles on performance of underwater quantum communication[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(18): 259-268.
- [20] VAN DE HULST H C. Light scattering by small particles[M]. New York: Dover Publications, 1981: 107-108.
- [21] 王金博, 高士明, 刘智, 等. 不均匀大气烟雾信道的空地光通信性能及上下行链路差异分析[J]. 激光与光电子学进展, 2024, 61(23): 135-141.
- WANG J B, GAO SH M, LIU ZH, et al. Performance evaluation and uplink/downlink differences of air-ground optical communications in non-uniform atmospheric smoke channels[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2024, 61(23): 135-141.
- [22] 冯帅, 丁超. 基于时间卷积网络和多次散射模拟的大气能见度迭代求解[J]. 光学学报, 2025, 45(12): 80-90.
- FENG SH, DING CH. Iterative solution of atmospheric visibility based on temporal convolutional network and multiple scattering simulation[J]. Acta Optica Sinica, 2025, 45(12): 80-90.
- [23] POOLE L R, VENABLE D D, CAMPBELL J W. Semianalytic Monte Carlo radiative transfer model for oceanographic lidar systems[J]. Applied Optics, 1981, 20(20): 3653-3656.
- [24] BARZEL R, LÄMMERZAHN C. Role of indistinguishability and entanglement in Hong-Ou-Mandel interference and finite-bandwidth effects of frequency-entangled photons[J]. Physical Review A, 2023, 107(3): 032205.
- [25] XU CH N, WANG L G. Theory of light propagation in arbitrary two-dimensional curved space[J]. Photonics Research, 2021, 9(12): 2486-2493.
- [26] SANTALÓ L A. Integral geometry and geometric probability[M]. Cambridge University Press, 2004: 237-240.
- [27] GLAUBER R J. The quantum theory of optical coherence[J]. Physical Review, 1963, 130(6): 2529.
- [28] 周一乐, 娄小平, 杜中伟, 等. 基于 MCP/sCMOS 的单光子成像探测系统及算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(6): 244-251.
- ZHOU Y L, LOU X P, DU ZH W, et al. Research on single-photon imaging detection system and algorithms based on MCP/sCMOS[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(6): 244-251.
- [29] 卫容宇, 李军, 张大命, 等. 纠缠态量子探测系统的恒虚警检测方法研究[J]. 物理学报, 2022, 71(1): 30-37.
- WEI R Y, LI J, ZHANG D M, et al. Research on constant false alarm rate detection method for entangled-state quantum detection systems[J]. Acta Physica Sinica, 2022, 71(1): 30-37.
- [30] 周牧, 嵇长银, 王勇, 等. 基于双步符合计数的纠缠光子量子成像方法[J]. 光学学报, 2023, 43(20): 278-288.
- ZHOU M, JI CH Y, WANG Y, et al. Entangled optical quantum imaging method based on two-step coincidence counting[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(20): 278-288.

作者简介



方杰, 2024 年于重庆邮电大学获得学士学位, 目前在该校通信与信息工程学院攻读硕士学位, 主要研究方向为量子成像。

E-mail: eastonfang@qq.com

Fang Jie received his B.Sc. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2024. He is currently pursuing his M.Sc. degree with the School of

Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include quantum imaging.



周牧(通信作者), 分别于 2006 年、2008 年和 2012 年于哈尔滨工业大学获得学士学位、硕士学位和博士学位。美国匹兹堡大学国家公派联合培养博士和香港科技大学博士后, 现任重庆邮电大学电子科学与工程学院院长、专用量子计算与量子人工智能重庆市重点实验室主任, 主要研究方向为量子人工智能、雷达技术、信息融合等。

E-mail:zhoumu@cqupt.edu.cn

Zhou Mu (Corresponding author) received his B.Sc., M.Sc., and Ph.D. degrees all from Harbin Institute of Technology in 2006, 2008, and 2012, respectively. He was a joint-cultivated Ph.D. student at the University of Pittsburgh, USA, and a post-doctoral research fellow at the Hong Kong University of Science and Technology, China. He is currently the dean of the School of Electronic Science and Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, and the director of Chongqing Key Laboratory of Special Quantum Computing and Quantum Artificial Intelligence. His main research interests include quantum artificial intelligence, radar technology, information fusion, etc.